

Network Security Essentials

- Chapter_3 공개키 암호와 메시지 인증 -

권순홍 (soonhong@pel.smuc.ac.kr)

상명대학교 프로토콜공학연구실

목 차

- 공개키 암호 원리
- 공개키 암호 알고리즘
 - RSA 알고리즘
 - Diffie-Hellman 알고리즘
 - 기타 알고리즘
 - 디지털 서명
 - 타원 곡선 알고리즘

공개키 암호 원리

- 공개키 암호(Public-key encryption)

- 정의

- 암호화/복호화할 때 서로 다른 두 개의 키를 사용하는 암호 방식
 - 공개키(Public key)
 - 외부에 공개 되는 키
 - 개인키(Private key)
 - 외부에 공개해서는 안 되는 키

- 특징

- 수학적 함수에 의해 만들어짐
- 기밀성, 키분배, 인증 분야에서 성능이 뛰어남
- 공개키로 암호화한 암호문은 공개키와 대응되는 개인키만이 복호화 가능

공개키 암호 원리

- 공개키 암호 구조

- 핵심 요소

- 평문(Plaintext)

- 알고리즘의 입력으로 사용되며, 사람이 읽을 수 있는 메시지, 데이터

- 암호 알고리즘(Encryption algorithm)

- 평문을 여러가지 형태로 변환시키는 알고리즘

- 공개키와 개인키(Public and Private key)

- 암호 알고리즘에 의한 변환은 입력으로 사용되는 공개키/개인키에 의해 이루어짐

- 암호문(Ciphertext)

- 출력으로 나오는 암호화된 메시지

- 복호 알고리즘(Decryption algorithm)

- 평문을 암호화할 때 사용한 키에 대응하는 키를 이용하여 원래의 평문으로 변환하는 알고리즘

공개키 암호 원리

- 공개키 암호
 - 대칭키와 공개키 암호 방식 비교

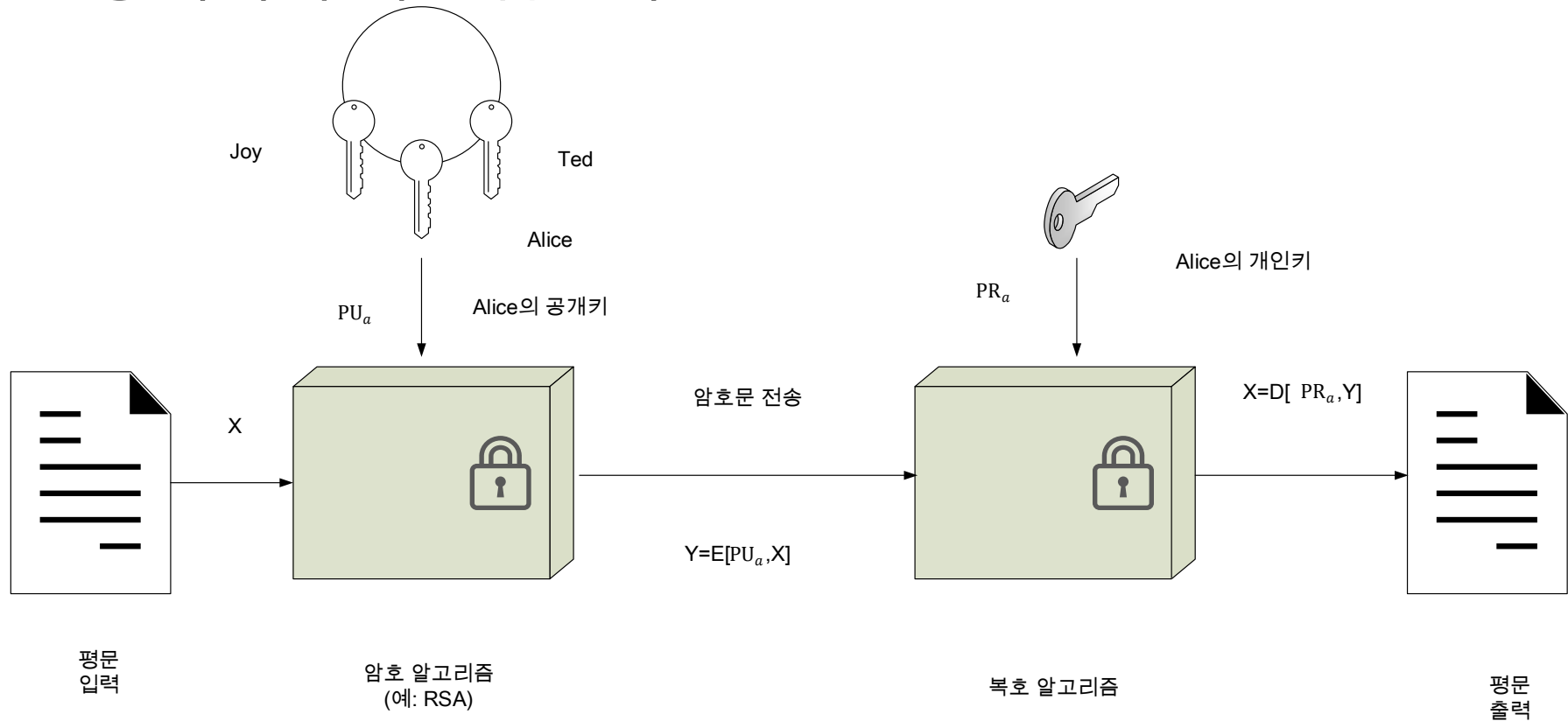
| 구분 | 대칭키 암호방식 | 공개키 암호 방식 |
|-----------|---------------------|---|
| 키 | 대칭키(비밀키) | 비대칭키(공개키,개인키) |
| 키의 상호관계 | 암호화키=복호화키 | 암호화키≠복호화키 |
| 암호화키/복호화키 | 비밀/비밀 | 공개/비밀 |
| 암호 알고리즘 | 공개 | 공개 |
| 키의 개수 | $n*(n-1)/2$ | $2*n$ |
| 장점 | 계산속도 빠름 알고리즘이 다양 | 암호화키 사전 공유 불필요 통신 대상의 추가가 용이 인증 기능 제공 |
| 단점 | 키 분배 및 관리의 어려움 | 계산속도 느림 |
| 대표적인 예 | DES,AES,IDEA | RSA,ECC |

공개키 암호 원리

- 공개키 암호

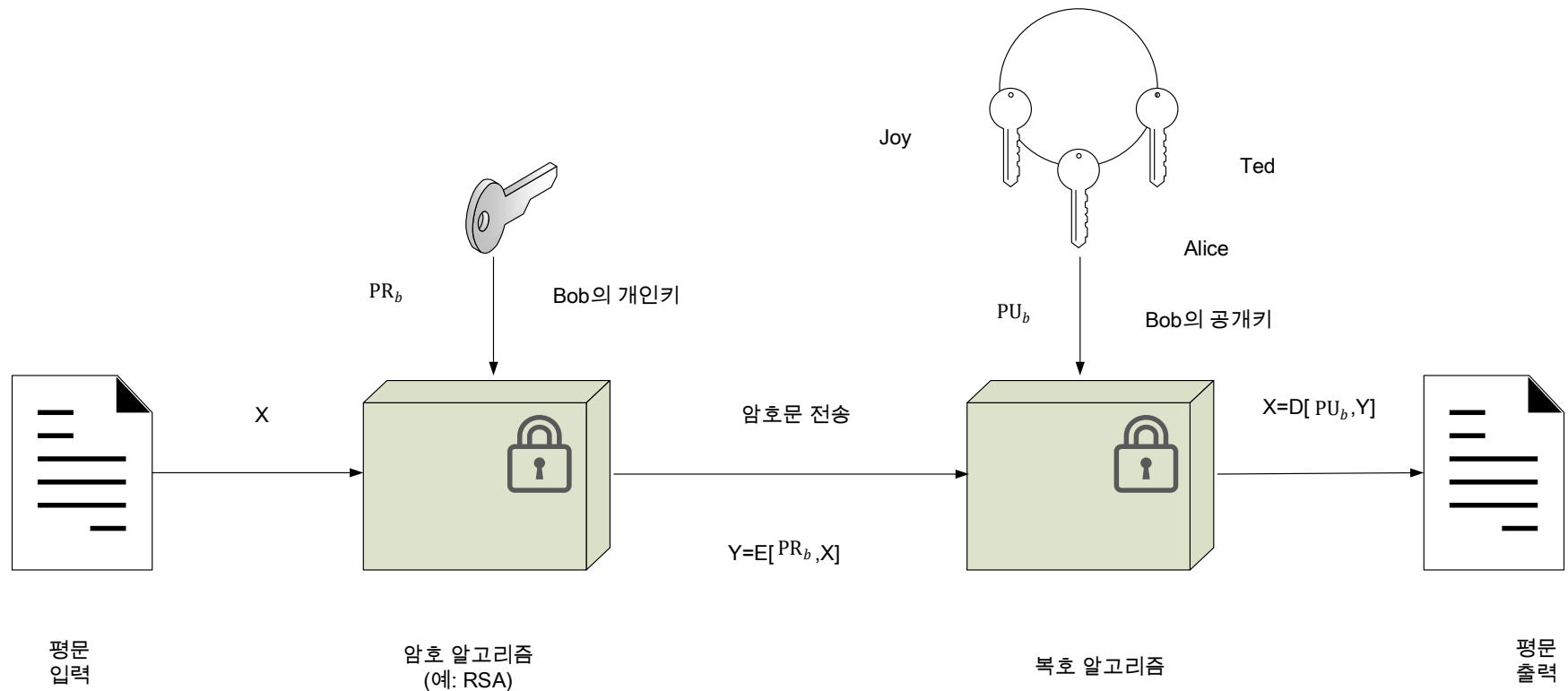
- 구조

- 공개키에 의한 암호화



공개키 암호 원리

- 공개키 암호
 - 구조
 - 개인키에 의한 암호화



공개키 암호 원리

- 공개키 암호

- 응용

- 암호화/복호화(Encryption/decryption)
 - 송신자는 수신자의 공개키를 이용해 메시지 암호화
- 디지털 서명(Digital signature)
 - 송신자는 자신의 개인키로 메시지에 서명
- 키 교환(Key exchange)
 - 키 합의(Key Agreement)
 - 양측의 개인키와 공개키를 사용하여 비밀키 생성
 - e.g., Diffie-Hellman 알고리즘
 - 키 전송(Key Transport)
 - 하나의 주체가 비밀키를 생성후 다른 사람의 공개키로 암호화 한 후 전송
 - e.g., RSA 알고리즘

공개키 암호 원리

- 공개키 암호
- 공개키 암호 시스템의 응용 표

| 알고리즘 | 암호/복호 | 디지털 서명 | 키 교환 |
|----------------|-------|--------|------|
| RSA | Y | Y | Y |
| Diffie-Hellman | N | N | Y |
| DSS | N | Y | N |
| 타원 곡선 | Y | Y | Y |

공개키 암호 원리

- 공개키 암호

- 요건

- 한 쌍의 키(공개키,개인키)를 생성하는 것은 계산적으로 쉬워야 함
- 송신자는 암호문을 계산적으로 쉽게 구할 수 있어야함
 - $C = E(PU, M)$
- 수신자는 원문으로 복호화하는 것이 계산적으로 쉬워야함
- 공격자가 개인키를 알아내는 것이 계산적으로 불가능 해야 함
- 공격자가 원문을 알아내는 것이 계산적으로 불가능 해야함
- 2개의 키 중 어느 하나를 암호화에 사용하면 다른 하나는 복호화에 사용할 수 있음
 - $M = D[PU, E(PR, M)] = D[PR, E(PU, M)]$

공개키 암호 알고리즘

- RSA (Rivest Shamir Adleman) 알고리즘

- 개요

- 1977년 MIT에서 Ron Rivest와 Adi Shamir 그리고 Len Adleman이 만들어서 1978년 최초로 출판한 알고리즘

- 특징

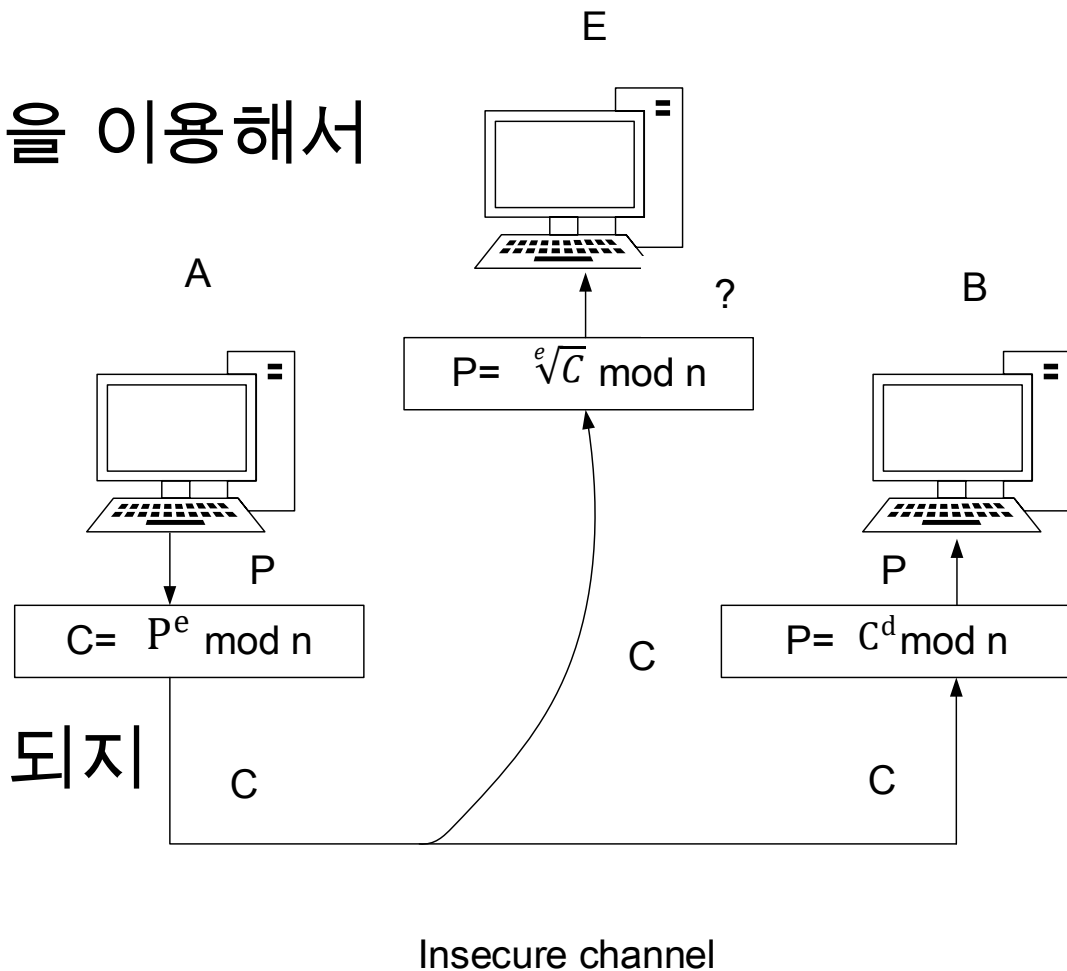
- 소인수분해 문제의 어려움을 기반으로 한 알고리즘
 - 모듈로 지수계산 사용
 - 모듈로 로그는 모듈로 값을 소인수분해하는 것 만큼 어려움
 - 해독하는 데 시간이 오래 걸림
 - 평문 메시지와 암호문, 키 값을 모두 숫자로 취급함

공개키 암호 알고리즘

- RSA

- 연산의 복잡도

- RSA는 모듈로 지수계산을 이용해서 암호화/복호화를 함
- 공격하려는 제 3자는 $\sqrt[e]{C} \bmod n$ 을 계산해야함
- 모듈로 n 에 대한 e 거듭제곱근을 구하는 속도가 다항식 정도의 복잡도를 가진다면 일방향 함수가 되지 못함



공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘
- 표기법

| | |
|---------------------------|---------------------|
| p, q (p, q 각각 512비트) | 키를 생성하기 위해 선택하는 소수값 |
| n (1024비트) | $p \cdot q$ 의 합성수 |
| M | 평문 |
| C | 암호문 |
| e | 공개키의 인자값(공개 값) |
| d | 개인키의 인자 값(비밀 값) |
| $PU = \{e, n\}$ | 공개키 |
| $PR = \{d, n\}$ | 개인키 |

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

- 키 생성

- B는 키 생성 후 순서쌍 (e, n) 자신의 공개 키로 선언
- B는 d 를 자신의 개인 키로 하고 비밀로 함
- 안전을 위해 권장되는 각 소수 p 와 q 의 크기는 512비트
 - 10진수로 약 154자리
 - 512비트 소수 사용시 모듈로 n 은 1024비트를 가짐

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

- 키 생성 알고리즘

- RSA에서 순서쌍 (e, n) 은 공개 키
정수 d 는 개인 키

| | |
|-----------------|---------------------|
| p, q | 키를 생성하기 위해 선택하는 소수값 |
| n | $p \cdot q$ 의 합성수 |
| M | 평문 |
| C | 암호문 |
| e | 공개키의 인자값(공개 값) |
| d | 개인키의 인자 값(비밀 값) |
| $PU = \{e, n\}$ | 공개키 |
| $PR = \{d, n\}$ | 개인키 |

RSA_Key_Generation

```
{
    큰 소수  $p$ 와  $q$ 를 선택 //  $p \neq q$ 
     $n \leftarrow p \cdot q$  //  $n$ 은  $p \cdot q$ 의 합성수
     $\phi(n) \leftarrow (p-1) \cdot (q-1)$ 
     $e$  선택 //  $1 < e < \phi(n)$ 이면서  $\phi(n)$ 와 서로소
     $d = e^{-1} \bmod \phi(n)$  //  $d$ 는 모듈로  $\phi(n)$ 으로  $e$ 의 역원
    Public_key  $\leftarrow (e, n)$ 
    Private_key  $\leftarrow d$ 
    return Public_key and Private_key
}
```

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

- 키 생성 예시

1. 두 소수 $p = 17$ 과 $q = 11$ 선택
2. $n = p \times q = 17 \times 11 = 187$ 계산
3. $\phi(n) = (p - 1) \times (q - 1) = 16 \times 10 = 160$
4. $\phi(n) = 160$ 보다 작으면서 $\phi(n)$ 과 서로소인 e 선택
 - $E=7$ 선택
5. $d < 160$ 이면서 $de \bmod 160 = 1$ 인 d 결정
 - $23 \times 7 = 161 = 1 \times 160 + 1$

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

- 암호화 알고리즘

- 누구나 이 공개 키를 이용하여 메시지를 암호화후 전송가능
- 다항식 연산 정도의 복잡도를 가진 알고리즘
- 평문의 크기가 n 보다 작아야함
 - 만약 n 보다 크다면 평문은 길이가 n 보다 작은 블록으로 나눔

```
RSA_Encryption(P,e,n)           //P는  $\mathbb{Z}_n$  에서의 평문이고  $P < n$ 
{
    C ← Fast_Exponentiation(P,e,n) //  $P^e \bmod n$  계산
    return C
}
```

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

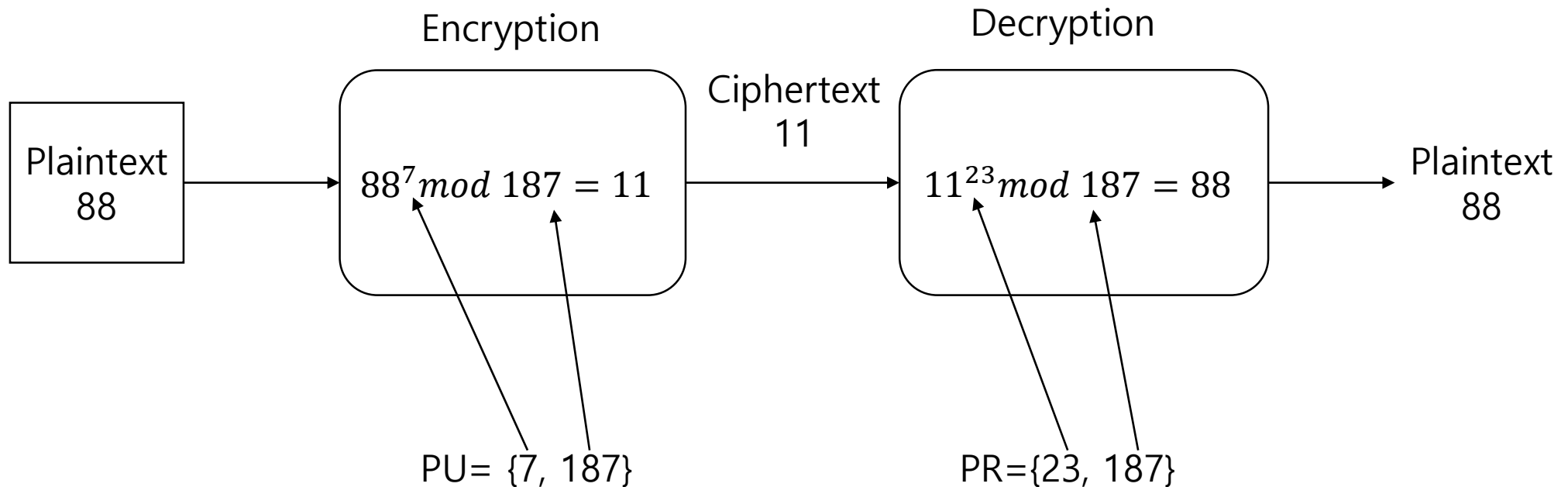
- 복호화 알고리즘

- 복호화 알고리즘 이용 시 다항식 연산 정도의 복잡도 계산가능
- 암호문의 크기 n 보다 작아야함

```
RSA_Decryption(C,d,n)           //C는  $Z_n$  에서의 평문
{
    P ← Fast_Exponentiation(C,d,n) //  $C^d \bmod n$  계산
    return P
}
```

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘
 - 예시



공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘

- 보안

- 전수 공격

- 가능한 모든 개인키를 시도해 보는 공격
 - e 와 d 의 비트 수가 크면 클수록 알고리즘은 안전

- 두 개의 소인수의 곱을 인수분해

- 효과적 인수분해 방법 없음
 - 대부분의 RSA응용에 1024-비트 키(대략 300자리 10진수)를 사용하고 있어서 충분히 안전

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘
 - 소인수 분해(1)
 - 쉬운 소인수분해
 - <http://factordb.com/>

78 (?)

| Result: | | |
|------------|----------------------------|---------------------------|
| status (?) | digits | number |
| FF | 2 (show) | $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$ |

More information 

ECM 

factordb.com - 3 queries to generate this page (0.01 seconds) ([limits](#)) ([Imprint](#))

공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘
 - 소인수 분해(2)
 - RSA에서 필요로하는 N값

12371293712984719827498174892143898721592956239823984798157916532984719823759821579 Factorize! (?)

| Result: | | |
|------------|-----------|---|
| status (?) | digits | number |
| CF * | 93 (show) | 1237129371...84 _{<93>} = $2^7 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 1704598450...09$ _{<88>} |

More information ↗

ECM ↗

Report factors

Format: Auto detect (slow) ▾

Report

factordb.com - 128 queries to generate this page (0.06 seconds) ([limits](#)) ([Imprint](#))

공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘

- 개요

- 1976년 Whitfield Diffie와 Martin Hellman에 의해 개발된 키 교환 알고리즘

- 특징

- 이산 대수 문제의 어려움을 기반으로 한 알고리즘
 - 공개키를 교환하여 통신 양측이 사용할 비밀키 생성

공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘

- 이산대수 문제(Discrete logarithms problem)

- 원시근(Primitive root) α

- 소수 p 의 원시근

- 자신의 거듭제곱을 이용하면 1부터 $p-1$ 까지 정수를 모두 생성할 수 있는 수

- $a \bmod p, a^2 \bmod p, \dots, a^{p-1} \bmod p$

- 이산대수(Discrete logarithm)

- P 보다 작은 임의의 정수 b 와 p 의 원시근 a 에 대해

- $$b = a^i \bmod p, (0 \leq i \leq p-1)$$

- 지수(exponent) i 를 밑수 a 로 갖는 b 의 이산대수 혹은 지수라 함

- $$i = \text{dlog}_{a,p}(b)$$

공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘
 - 이산대수 문제 예
 - $7^x \bmod 13 = 6$ 이 되는 x 값?
 - $7^0 \bmod 13 = 1$
 - $7^1 \bmod 13 = 7$
 - $7^2 \bmod 13 = 10$
 - $7^3 \bmod 13 = 5$
 - $7^4 \bmod 13 = 9$
 - $7^5 \bmod 13 = 11$
 - $7^6 \bmod 13 = 12$
 - $7^7 \bmod 13 = 6$

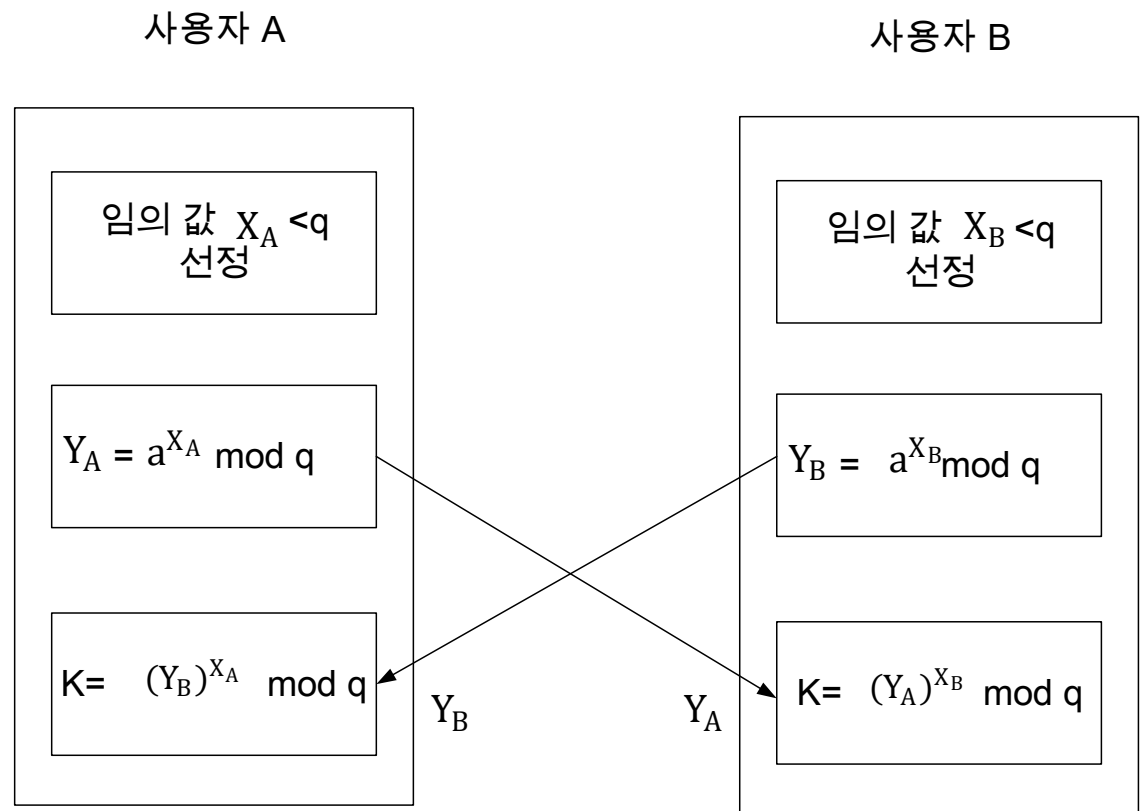
$X=7$

공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘

- 대칭키 생성 과정
 - 공개되는 값

- 통신 양측은 임의의 개인값 X_A, X_B 선택
- 공개값 Y_A, Y_B 계산
$$Y_A = a^{X_A} \bmod q$$
$$Y_B = a^{X_B} \bmod q$$
- 계산한 공개 값 전송
- 대칭키 생성
$$K = (Y_B)^{X_A} \bmod q$$
$$= (Y_A)^{X_B} \bmod q$$



공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘

- 동일키 계산

- 소수 $q=353$, 353의 원시근 $\alpha:3$, $X_A=97$, $X_B=233$

1. A와 B는 각자 자신의 공개값 계산

- A는 $Y_A = 3^{97} \bmod 353 = 40$
- B는 $Y_B = 3^{233} \bmod 353 = 248$

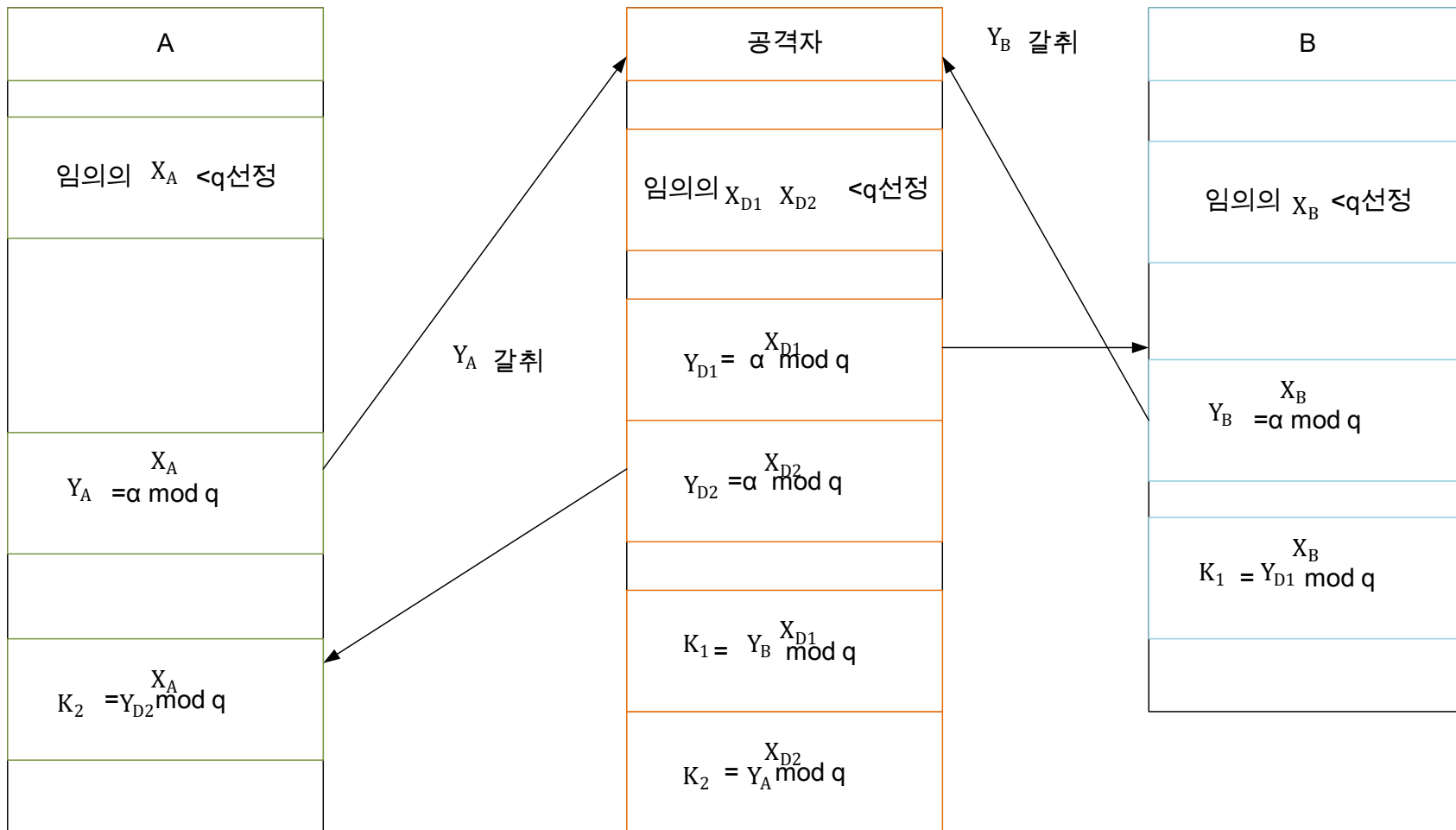
2. 서로의 공개값 교환후 비밀키 생성

- $K = Y_B^{X_A} \bmod 353 = 248^{97} \bmod 353 = 160$
- $K = Y_A^{X_B} \bmod 353 = 40^{233} \bmod 353 = 160$

공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 알고리즘

- 중간자 공격(Man-in-the-middle attack)



기타 공개키 암호 알고리즘

- 기타 알고리즘

- 디지털 서명(Digital signature)

- 송신자의 신원을 증명하는 인증 기법

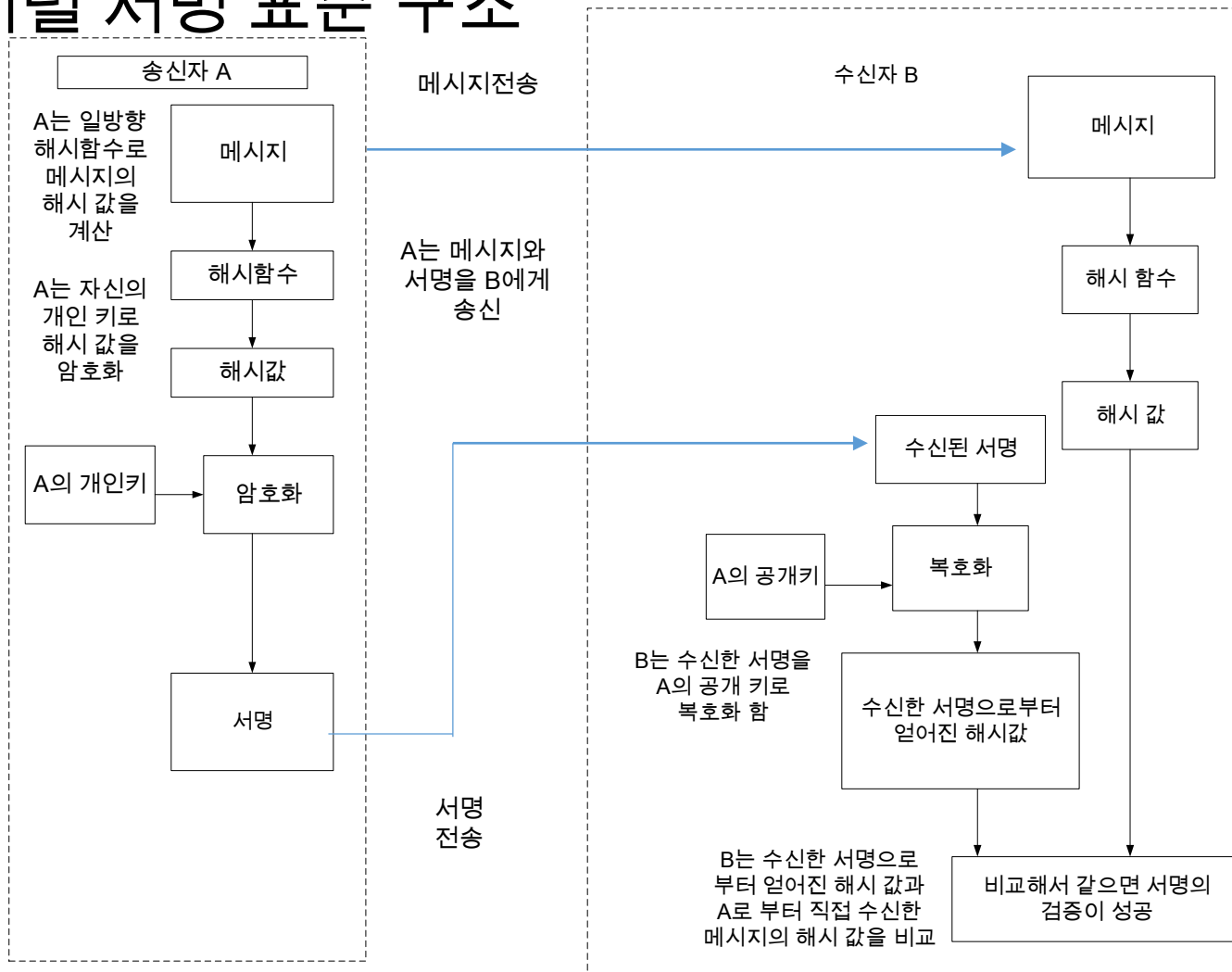
- 특징

- 송신자가 자신의 개인키로 암호화한 메시지를 수신자가 송신자의 공개키로 복호화
- 디지털 서명만 제공하는 기법으로 인증자(Authenticator) 블록을 생성
 - 인증자
 - 메시지의 기능을 대신하는 작은 블록
 - 인증자를 개인키로 암호화하여 메시지의 출처, 무결성, 순서를 확인해주는 서명 생성
- 공개키로 복호화하기 때문에 기밀성을 보장하지 않음

기타 공개키 암호 알고리즘

• 기타 알고리즘

• 디지털 서명 표준 구조



기타 공개키 암호 알고리즘

- 기타 알고리즘

- 타원 곡선 암호(ECC, Elliptic Curve Cryptography)

- 개요

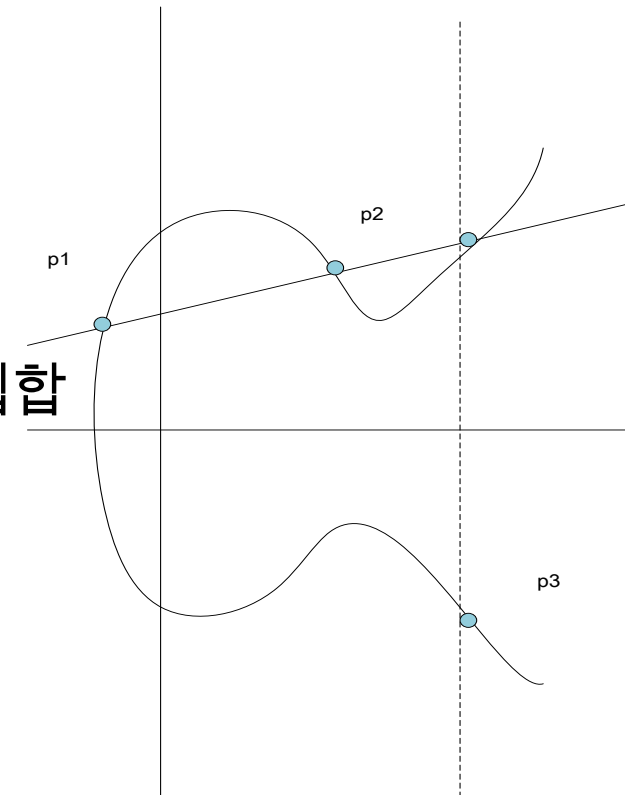
- 1985년 Neal Koblitz와 Victor Miller가 독립적으로 제안한 타원 곡선 이론 기반 공개키 암호 방식

- 특징

- 타원 곡선이라고 알려진 수학적 구조에 기초하여 생성

- 방정식 $y^2 = x^3 + ax + b$ 를 만족하는 점들의 집합

- RSA보다 짧은 키 길이를 사용하면서 비슷한 수준의 안전성을 제공



감사합니다!