

2020/08/13, 2020 확률 세미나

확률 및 통계학

- 1장 통계학과 자료 분석 -

박재형(jaehyoung@pel.sejong.ac.kr)

세종대학교 프로토콜공학연구실

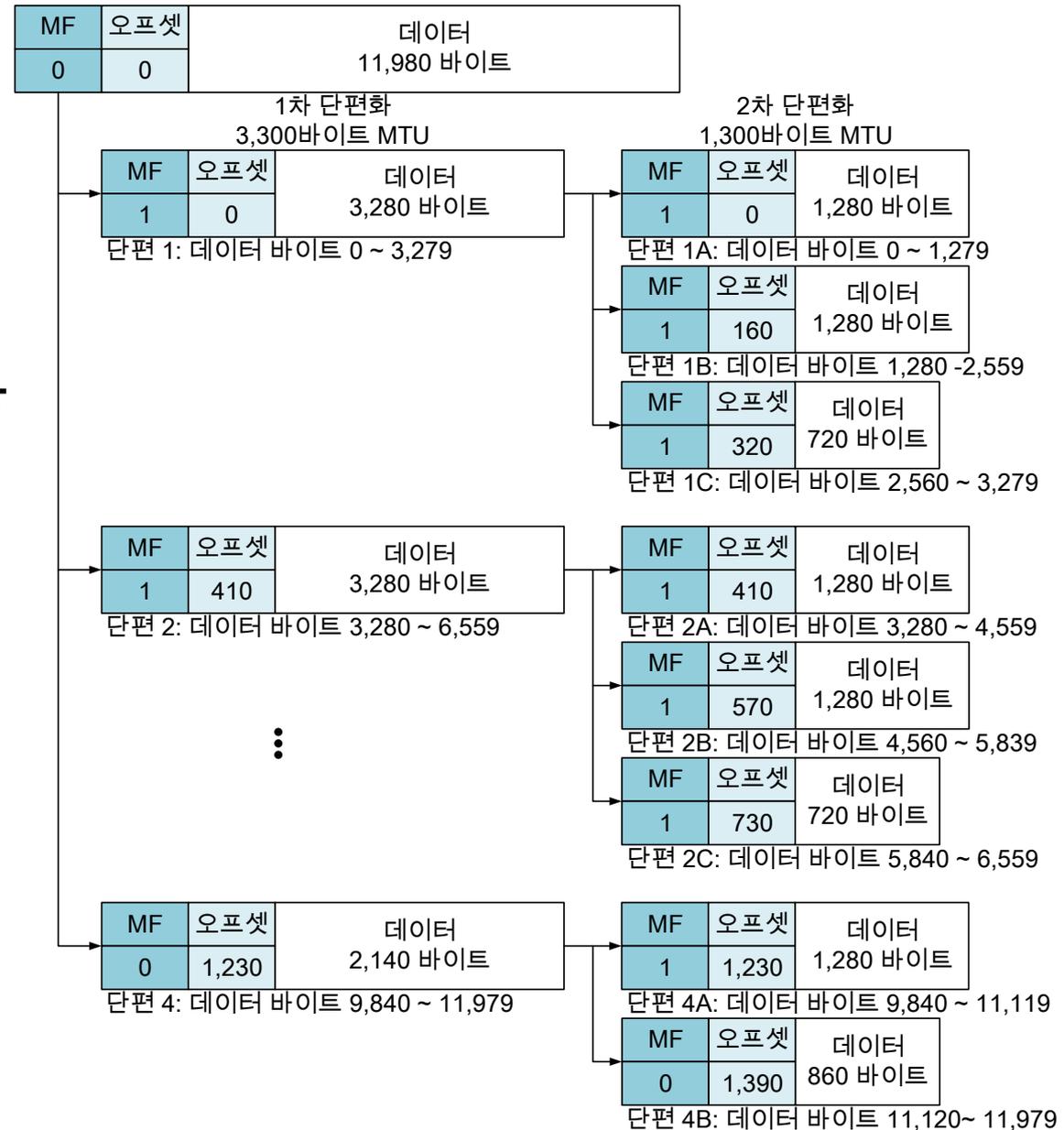
목 차

- 보충
- 통계학과 자료
- 표본 추출 (Sample Sampling)
- 측도
- 자료의 표현

보충

• 단편화 과정

- MF는 마지막 단편이나 하나의 단편 의미
- 오프셋은 단편의 위치를 의미
- DF 값이 1이 아닌 경우 1차 단편화 이후 MTU 크기에 맞지 않는다면 추가 단편화 가능
 - DF 값은 단편화 가능 여부를 나타내는 필드



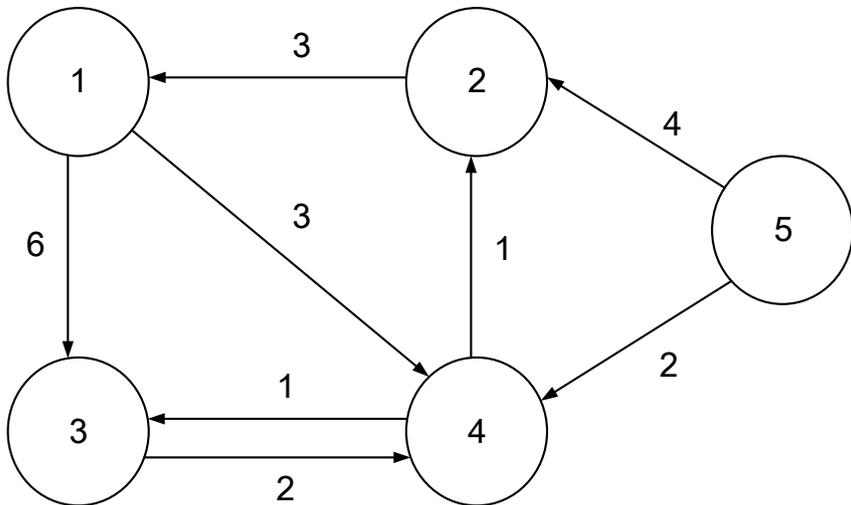
보충

• IP 멀티캐스팅

• 주요 기능

• 멀티캐스트 데이터그램 라우팅

- 데이터그램을 전송할 특수 알고리즘 사용하여 효율적으로 전송하기 위한 라우팅
 - 최단 경로 우선 알고리즘 (Shortest Path First Algorithm)
 - 목적지 네트워크 까지의 라우터 경로와, 거쳐야 할 라우터 수를 가진 라우팅 테이블을 이용하여 경로설정



노드	5 (정점)	4	3	2	1
최단 경로	0				
		2		4	
			3	3	
					6

보충

- 질문

- 지구 한바퀴를 돌 때 필요한 홑수?
 - 홑은 네트워크내에 출발지 장비와 목적지 장비사이의 경로를 뜻함으로 1개의 홑이 필요하다고 생각합니다.
- 장비가 멀티캐스트 그룹을 탈퇴하는 경우, 라우터는 어떻게 알아 차리는가?
 - IGMP (Internet Group Management Protocol)를 사용하여 호스트에게 주기적으로 메시지를 전송하여 탈퇴여부를 라우터에게 알려줌
 - IGMP는 장비와 라우터들이 서로 그룹 간 가입 정보를 교환할 수 있도록 하는 프로토콜

통계학과 자료

- 정의

- 산술적 방법을 기초로 하여, 데이터를 관찰하고 정리 및 분석하는 방법을 연구하는 분야

- 용어

- 모집단 (Population)
 - 연구 대상이 되는 집단 전체
- 표본 집단 (sample)
 - 표본 조사를 통해서 추출한 모집단의 일부
- 자료 (material)
 - 표본집단을 조사해 얻은 데이터

통계학과 자료

- 분류

- 기술통계학 (Descriptive Statistics)

- 표본 값을 요약하여 나타내어 모집단의 특성을 설명하기 위한 방법
- 그래프가 사용됨
 - e.g., 히스토그램, 줄기-잎 그림 등
- 특성 설명
 - e.g., 평균, 중앙값, 표준편차 등 사용

- 추론통계학 (Inferential Statistics)

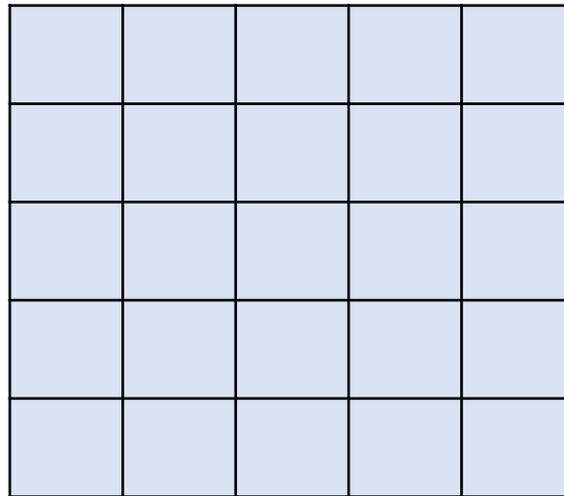
- 표본을 수집하여 표본 값이 나타내는 의미를 해석하여 모집단의 특성을 추측하는 방법
 - e.g., 확률을 사용하여 결과 예측

통계학과 자료

- 자료의 수집

- 전수 조사

- 관심 대상이 되는 집단을 이루는 모든 개체들을 조사하여 모 집단의 특성을 측정하는 방법
 - e.g., 한국인 전체, 미국인 전체 등



- 한계

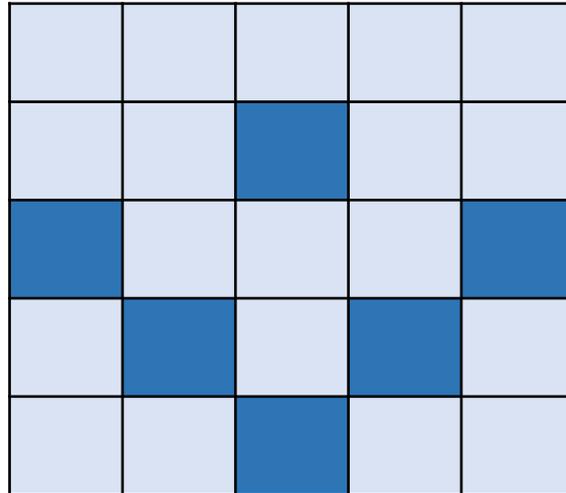
- 집단 내 모든 개체를 다 조사한다는 것은 현실적으로 불가능

통계학과 자료

- 자료의 수집

- 표본 조사

- 관심 대상이 되는 모집단 중 일부 표본을 선택하고 조사를 실시하여 얻은 결과로 모집단의 특성을 추정하는 방법
 - e.g., 한국인 남성, 미국인 1000명 등



- 한계

- 모집단에서 추출한 표본이 전체 모집단의 특성을 대표해야 함

통계학과 자료

- 자료의 사용

- 수집된 자료를 사용하여 불확실성의 측정 또는 결과에 대한 논리나 방법을 제공

- e.g., 추론통계학, 기술통계학 등

- 불확실성 (Uncertainty)

- 불규칙하여 하나로 단정 지을 수 없는 특성

- e.g., 오차 등

통계학과 자료

- 자료의 변동

- 자료는 여러 요소 (Factor)에 영향을 받음
 - e.g., 식물 성장 연구의 경우 온도, 물의 양, 공기 성분 등

- 변동의 사용

- 관측연구 (Observation Study)

- 자료에 영향을 주는 요소가 많고 다양하여 예측할 수 없어 관측자가 제어할 수 없는 경우
 - e.g., 서로 다른 종의 식물에 500ml의 물을 주는 경우, 길이나 크기를 측정하거나 특징을 조사 할 수 있음

- 실험계획 (Experimental Design)

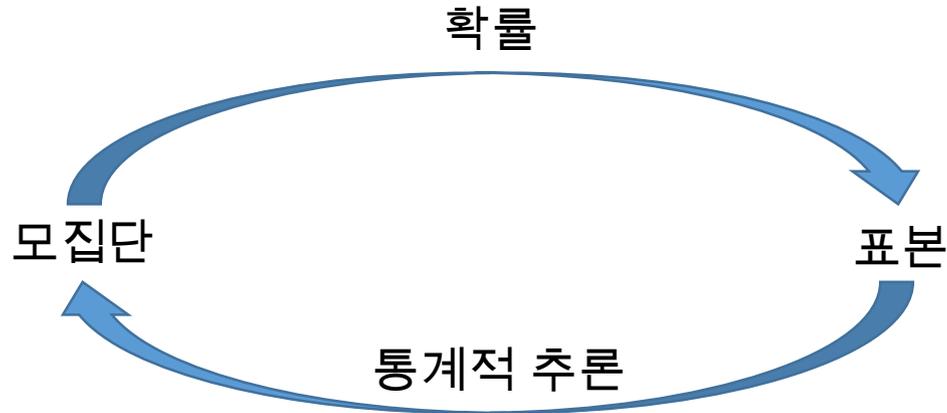
- 자료에 영향을 주는 요소를 측정자가 제어할 수 있는 경우
 - e.g., 100ml의 물을 주는 식물과 1L의 물을 주는 식물을 비교하는 경우, 두 집단
의 차이점을 알 수 있음

통계학과 자료

- 확률
- 정의
 - 어떠한 일이 생길 가능성을 비율로 나타낸 것
- 역할
 - 추출한 표본이 모집단을 얼마나 대표하는가를 나타내는지 계산
- P-value
 - 가설 검정에 대한 지표로 사용되는 값
 - e.g., P-value가 0.05라면 가설을 만족할 확률이 약 95%라고 의미

통계학과 자료

- 확률과 추론의 관계



- 확률을 이용한 통계적 추론

- 귀납적 방법

- 여러 가지 사실에서 나타난 현상으로 특정한 가설을 증명
 - 일반화

- 연역적 방법

- 일반적인 원리를 대전제로 특정한 가설을 추론하여 정의
 - 삼단 논법

표본 추출 (Sample Sampling)

- 정의

- 모집단에서 조건을 만족하는 일부 개체를 추출하는 것

- 종류

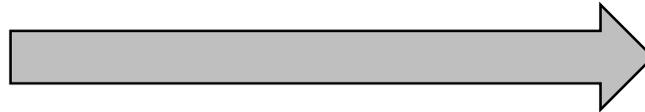
- 단순 랜덤 표본 추출 (Simple Random Sampling)
 - 모집단의 개체가 표본으로 선택될 가능성이 같도록 하는 표본 추출 방법
- 층화 랜덤 표본 추출 (Stratified Random Sampling)
 - 모집단을 중복되지 않는 층으로 나눈 후 각 층에서 표본을 추출하는 방법

표본 추출 (Sample Sampling)

- 단순 랜덤 표본 추출 (Simple Random Sampling)

1	1	2	3	3
2	1	3	2	3
3	1	3	2	3
2	1	1	3	2
3	2	1	1	1

단순 랜덤 표본 추출



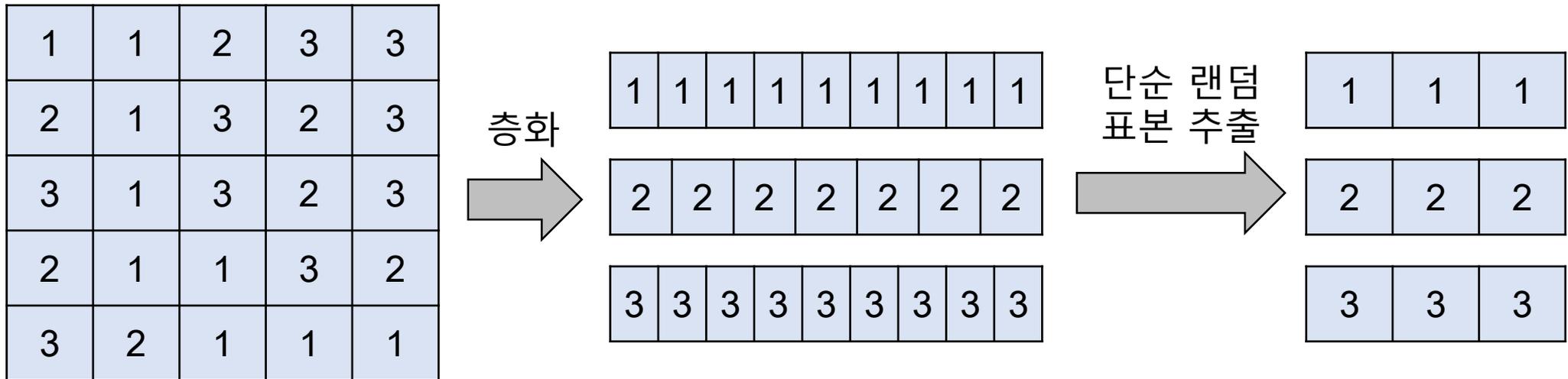
3	2	3
1	3	2
1	1	1

- 특징

- 모집단에 대한 사전 지식 불필요
- 추출 기회가 동등하고 독립적이므로 표본의 대표성이 높음

표본 추출 (Sample Sampling)

• 층화 랜덤 표본 추출 (Stratified Random Sampling)



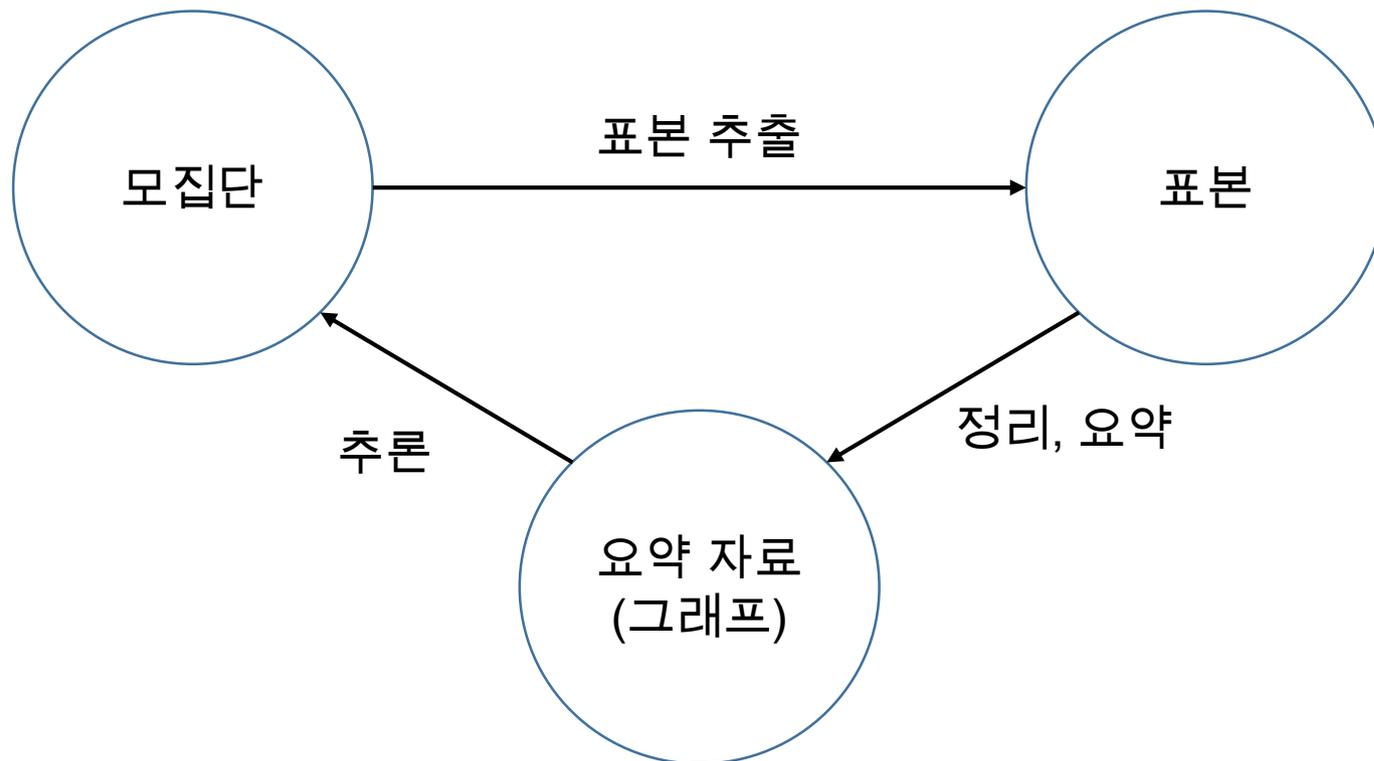
• 특징

- 모집단에 대한 지식이 필요
- 각 층의 특성에 대한 추정과 비교 가능

표본 추출 (Sample Sampling)

- 목적

- 연구의 주제가 되는 전체 모집단의 일부를 조건에 맞게 추출하여 이들을 통해 얻은 정보를 바탕으로 모집단을 추정
 - 통계적 추론 (Statistical Inference)



측도

• 위치 측도

• 정의

- 자료들의 어떠한 값을 기준으로 어떤 형태의 분포를 가지는 지 나타내는 측도

• 종류

• 표본 평균 (Sample Mean)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

• 표본 중앙 값 (Sample Median)

- 자료를 크기 별로 정렬했을 때 극단 값 또는 특이점 (Outline)의 영향을 받지 않는 자료의 중심 값
- 표본 자료의 무게중심

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(n+1)/2}, n = \text{홀수} \\ \frac{1}{2} \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right), n = \text{짝수} \end{cases}$$

측도

- 위치 측도

- 종류

- 절사 평균 (Trimmed Mean)

- 자료의 가장 크거나 작은 일부분을 제외한 평균

- 극단 값 또는 특이점에 대해 영향을 표본 평균과 비교하여 덜 받음

- e.g., 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 7, 100

- 10% 절사 평균: $\bar{x}_{tr(10)} = \frac{2+2+3+3+4+5+5+7}{8} = 3.875$

- 극단 값에 의한 측도의 민감도

- 표본 평균 > 절사 평균 > 표본 중앙 값

측도

- 산포 측도

- 자료들이 중심 위치에서 얼마나 떨어져 있는지를 나타내는 측도

- 종류

- 표본 범위 (Sample Range)

- 가장 단순한 산포도, 표본들의 범위

- $x_{max} - x_{min}$

- 표본 분산 (Sample Variance)

- 표본 평균을 중심으로 자료들이 흩어진 정도를 측정하는 값

- $s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

측도

- 산포 측도

- 종류

- 표본 표준 편차 (Sample Standard Deviation)

- 표본분산의 양의 제곱근
 - 제곱 단위인 표본분산의 단위를 맞춤
 - $s = \sqrt{s^2}$

자료의 표현

- 이산형 자료와 연속형 자료
 - 이산형 (Discrete)
 - 측정되는 값이 연속적이지 않는 자료 (Count Data)
 - e.g., 기계 반응 횟수, 코드 오류 개수 등
 - 연속형 (Continuous)
 - 측정되는 값이 연속적인 자료
 - 정확히 측정할 수 없기 때문에 자료의 범위를 지정
 - e.g., 사람의 키, 공기의 질량 등

자료의 표현

• 산점도 (Scatter Diagram)

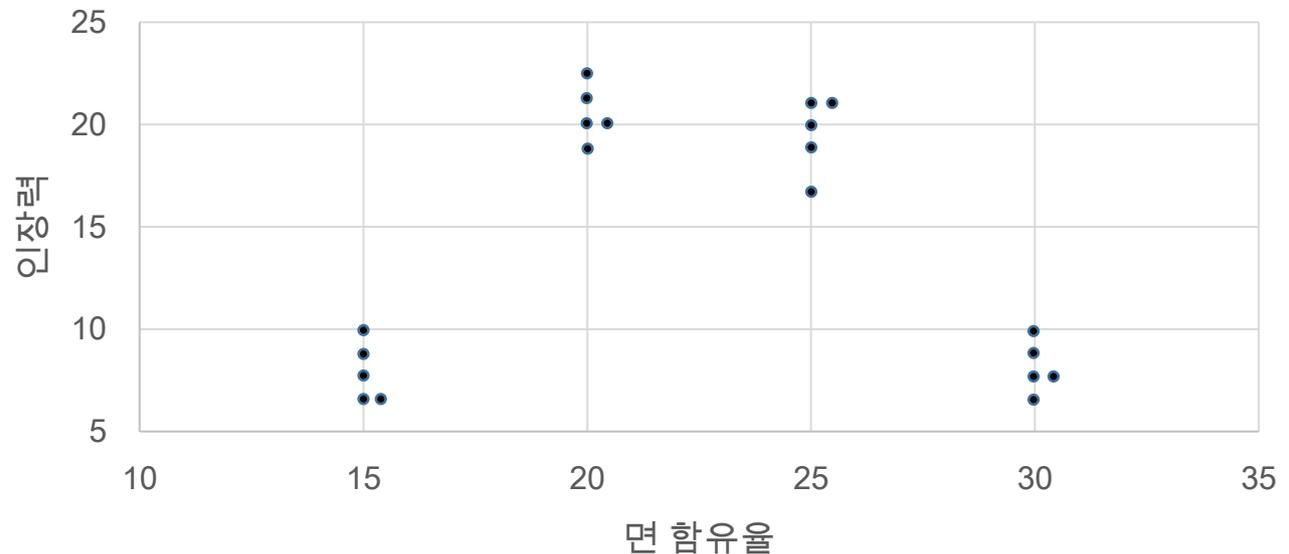
• 정의

- 두 종류 이상의 데이터 사이의 관계를 고려 할 때 사용하는 분석 방법

• 특징

- 두 종류 이상의 자료들의 관계를 볼 수 있음

면 함유율	인장력
15	7, 7, 9, 8, 10
20	19, 20, 21, 20, 22
25	21, 21, 17, 19, 20
30	8, 7, 8, 9, 10



자료의 표현

- 줄기-잎 그림 (Stem and leaf plot)

- 정의

- 줄기와 잎을 이용하여 자료를 나타내는 방법
 - 줄기 = 높은 자리 값, 잎 = 낮은 자리 값
 - e.g., 34일 경우 줄기 = 3, 잎 = 4;

- 특징

- 빈도수를 한눈에 볼 수 있음

2.2	4.1	3.5	4.5	3.2	3.7	3.0	2.6
3.4	1.6	3.1	3.3	3.8	3.1	4.7	3.7
2.5	4.3	3.4	3.6	2.9	3.3	3.9	3.1
3.3	3.1	3.7	4.4	3.2	4.1	1.9	3.4
4.7	3.8	3.2	2.6	3.9	3.0	4.2	3.5

줄기	잎	빈도
1	69	2
2	25696	5
3	4318514723628297130097145	25
4	71354172	8

자료의 표현

- 히스토그램 (Histogram)

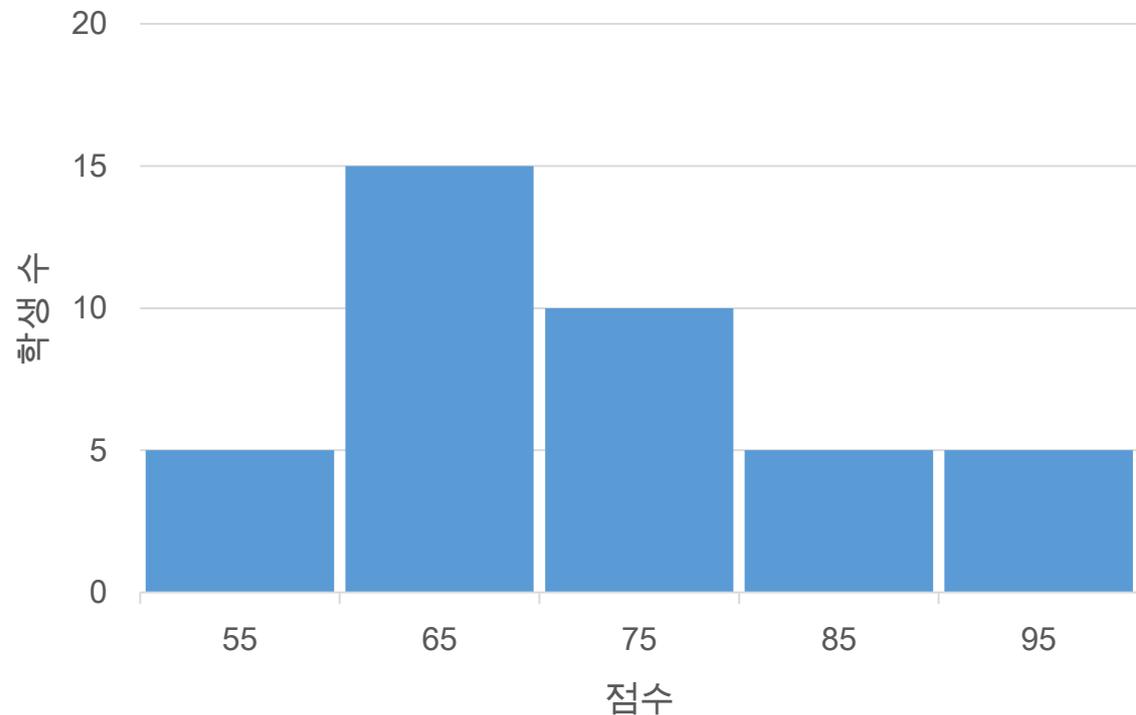
- 정의

- 자료의 값이 나타나는 빈도를 그래프로 나타낸 것

- 특징

- 구간별 빈도수 비교가능

계급 구간 (점수)	중간점	학생 수
50 ~ 60	55	5
60 ~ 70	65	15
70 ~ 80	75	10
80 ~ 90	85	5
90 ~ 100	95	5



자료의 표현

- 상자-수염 그림 (Box and Whisker Plots)

- 정의

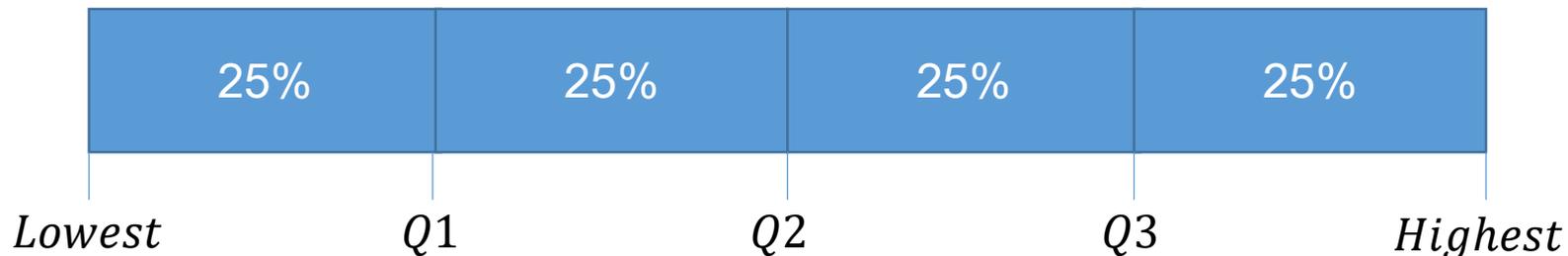
- 수치적 자료를 다섯 숫자 요약 값과 사분 범위를 사용하여 그래프로 나타내는 방법

- 사분 범위 (Interquartile Range)

- $Q3 - Q1$
- 사분 범위의 1.5배 넘는 곳에 자료가 있다면 특이점으로 판정할 수 있음

- 특징

- 특이점을 비교적 쉽게 찾을 수 있음



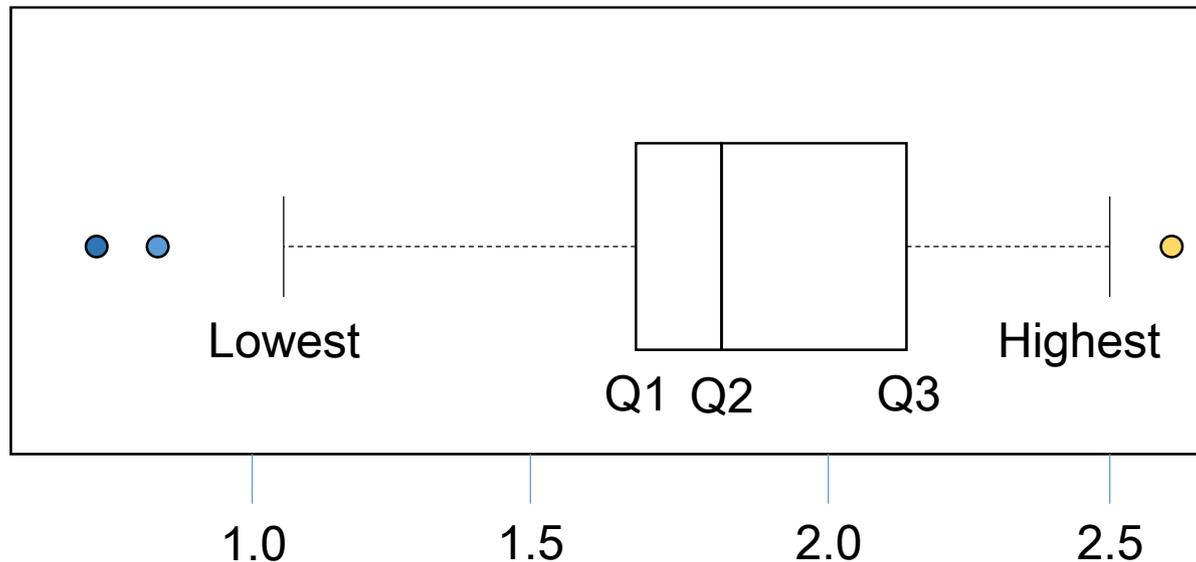
자료의 표현

- 상자-수염 그림 (Box and Whisker Plots)

- 예시

1.09	1.92	2.31	1.79	2.28	1.74	1.47	1.97
0.85	1.24	1.58	2.03	1.70	2.17	2.55	2.11
1.86	1.90	1.68	1.51	1.64	0.72	1.69	1.85
1.82	1.79	2.46	1.88	2.08	1.67	1.37	1.93
1.40	1.64	2.09	1.75	1.63	2.37	1.75	1.69

니코틴 함량(단위: mg) 표



Thanks!

박재형 (jaehyoung@pel.sejong.ac.kr)