2023/02/02, 2023 겨울방학 보안기초 세미나

Network Security Essentials

- Chapter_3 공개 키 암호와 메시지 인증(2) -

손 우 영(wooyoung@pel.sejong.ac.kr)

세종대학교 프로토콜공학연구실

목 차

- 공개 키 암호 원리
- 공개 키 암호 알고리즘
- 디지털 서명

목 차

- 공개 키 암호 원리
- 공개 키 암호 알고리즘
- 디지털 서명

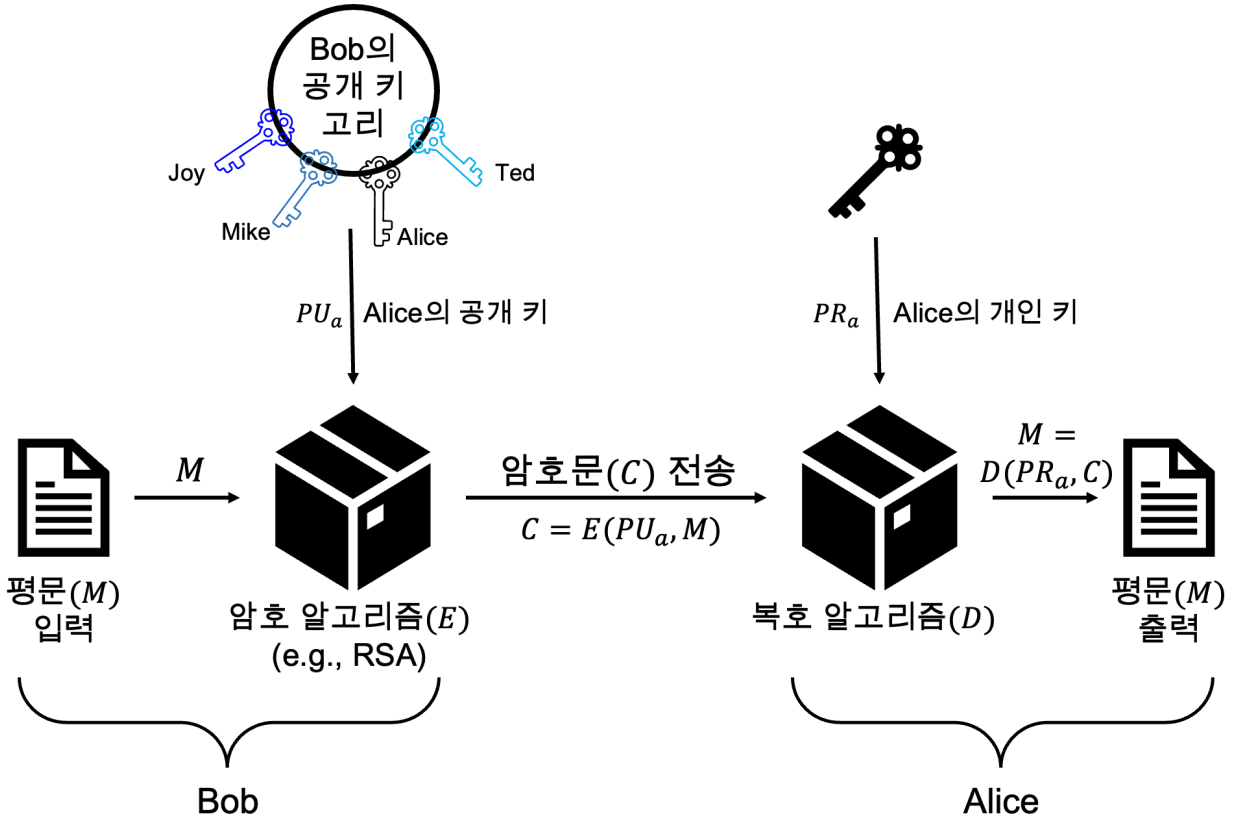
공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호(Public Key Encryption)
  - 정의
    - 암호화와 복호화에 서로 다른 키(공개 키, 개인 키)를 사용하는 암호화 방식
  - 구성요소

용어	기호	의미
평문	M	사람이 읽을 수 있는 메시지나 데이터로서 알고리즘의 입력으로 사용됨
암호문	C	출력으로 나오는 암호화 된 메시지이며 평문과 키에 의해 생성됨
공개 키	PU_a	암호화 또는 복호화에 사용되며 공개된 키
개인 키	PR_a	암호화 또는 복호화에 사용되며 소유자만 알고 공개되지 않는 키
암호 알고리즘	E	평문을 변환시켜 암호문으로 만들기 위해 사용하는 알고리즘
복호 알고리즘	D	평문을 암호화 할 때 사용한 키에 대응하는 키를 이용하여 암호문을 원래의 평문으로 변환할 때 사용하는 알고리즘

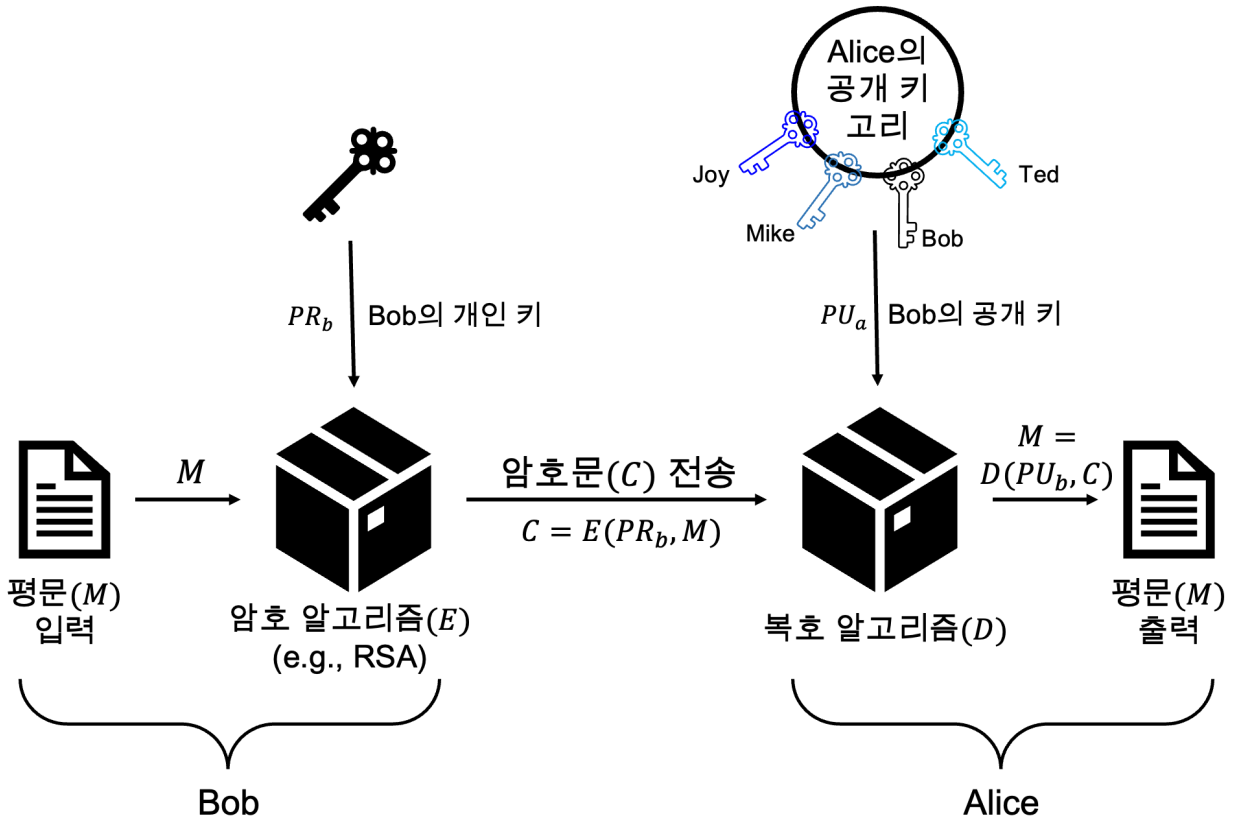
공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호(Public Key Encryption)
  - 암호 방식(1/2)
    - 공개 키에 의한 암호화
      - e.g., 암호화폐 지갑 설정 시



공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호(Public Key Encryption)
  - 암호 방식(2/2)
    - 개인 키에 의한 암호화
      - e.g., SSL 프로토콜



공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호화 방식과 대칭 키 암호화 방식의 비교

비교	공개 키 암호화 방식	대칭 키 암호화 방식
정의	암호화와 복호화에 서로 다른 키 사용	암호화와 복호화에 동일한 키 사용
키	공개 키, 개인 키	비밀 키
암호 방식	수를 이용한 수학적 함수 응용	기호(문자나 비트)를 대체/치환
장점	대칭 키 암호화 방식보다 적은 양의 공유되는 비밀이 필요하므로 키 관리 쉬움	계산 속도 빠름
단점	계산 속도 느림	공개 키 암호화 방식보다 많은 양의 공유되는 비밀이 필요하므로 키 관리 어려움

공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호(Public Key Encryption)
  - 요건(1/2)
    - 한 쌍의 키(공개 키: PU_a, 개인 키: PR_a)가 생성될 때 컴퓨터의 계산 시간을 고려해야 함
      - 한국인터넷진흥원(KISA)에서는 2048비트의 개인 키와 공개 키 쌍을 수 초 이내로 생성할 것을 권고
    - 공개 키와 평문을 알고 있는 송신자는 암호문을 쉽게 구할 수 있어야 하고 수신자는 자신의 개인 키로 암호문을 쉽게 계산할 수 있어야 함
      - $C = E(PU_a, M)$
      - $M = D(PR_a, C) = D(PR_a, E(PU_a, M))$

공개 키 암호 원리

- 공개 키 암호(Public Key Encryption)
  - 요건(2/2)
    - 공개 키를 알고 있는 공격자가 개인 키를 알아내는 것이 계산적으로 어려워야 함
    - 공개 키와 암호문을 알고 있는 공격자가 원문을 알아내는 것이 계산적으로 어려워야 함
    - 2개의 키 중 하나를 암호화에 사용하면 다른 하나는 복호화에 사용할 수 있어야 함
      - $M = D(PU_a, E(PR_a, M)) = D(PR_a, E(PU_a, M))$

목 차

- 공개 키 암호 원리
- 공개 키 암호 알고리즘
- 디지털 서명

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 정의
    - 큰 정수의 소인수분해에 기반하여 수학적으로 구현한 암호화 알고리즘
  - 특징
    - 공개 키 암호 알고리즘
      - 수신자의 공개 키로 암호화하고 수신자의 개인 키로 복호화 함
    - 큰 수를 소인수분해하는 것이 어렵다는 것에 기반

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 구성

기호	의미	특징
p, q	키를 생성하기 위해 선택하는 두 소수	• 큰 소수 • e.g., 512비트 -> 1024비트
n	암/복호화에서 모듈로($modulus$)로 이용될 두 소수 p, q의 곱	공개
e	공개 키의 인자 값	• $\phi(n)$과 서로소 • 공개
d	개인 키의 인자 값	• $de \bmod \phi(n) = 1$ • 수신자만 알아야 함
$PU = \{e, n\}$	공개 키	암호화 시 사용
$PR = \{d, n\}$	개인 키	복호화 시 사용
M	평문	$M = C^d \, mod \, n$
C	암호문	$C = M^e \, mod \, n$

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 과정(1/3)
    - 키 생성 과정(1/2)

      1. 서로 다른 두 소수 p, q 선택

      2. n 계산
         - $n = p \times q$

      3. $\phi(n)$ 계산
         - $\phi(n)$: 오일러 함수로서 양의 정수 중 n과 서로소인 수의 개수
         - p, q가 모두 소수이므로 $\phi(n) = (p-1)(q-1)$

공개 키 암호 알고리즘

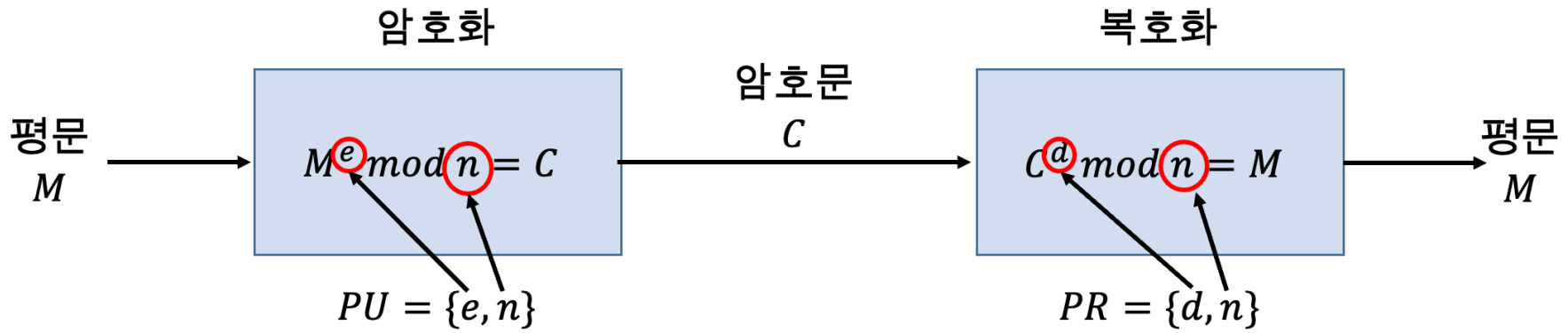
- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 과정(2/3)
    - 키 생성 과정(2/2)

      4. 정수 e 선택
        - 정수 e는 $\phi(n)$와 서로소, $\gcd(\phi(n), e) = 1$
          - $\gcd(Greatest\ Common\ Multiple)$: 최대공약수
        - 공개 키 $PU = \{e, n\}$ 생성

      5. d 계산
        - $de \bmod \phi(n) = 1$
        - 개인 키 $PR = \{d, n\}$ 생성

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 과정(3/3)
    - 암호화
      - 공개 키 $PU = \{e, n\}$ 사용
      - $C = M^e \ mod \ n$
    - 복호화
      - 개인 키 $PR = \{d, n\}$ 사용
      - $M = C^d \ mod \ n$



공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(1/6)
    - 키 생성 과정(1/2)

      1. 두 소수 p = 17, q = 11 선택

      2. $n = pq$ = 17 x 11 = 187 계산

      3. $\phi(n) = (p-1)(q-1)$ = 16 x 10 = 160 계산

      4. $\phi(n)$ = 160 보다 작으면서 $\phi(n)$과 서로소인 수 e를 선택 ; e = 7

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(2/6)
    - 키 생성 과정(2/2)

      5. d<160 이면서 $de \bmod 160 = 1$인 수 d를 결정
         - 확장된 유클리드 알고리즘 이용
           - $7d \bmod 160 = 1$
           - $7d - 160k = 1$ 를 만족하는 d 찾기

d	$-k$	$7d - 160k$
0	1	160
1	0	7
-22	1	6
23	-1	1

         - $\therefore n = 187,\ e = 7,\ d = 23$

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(3/6)
    - 암호화 (M = 88)
      - 공개 키 $PU = \{e, n\}$ 사용 ; $PU = \{7, 187\}$
      - $C = M^e \ mod \ n$; $C = 88^7 \ mod \ 187$
        - 더 간단한 계산을 위해 이진수를 이용한 연속제곱법 사용
          - 7을 이진수로 표현
            - $7 = \ 2^0 + 2^1 + 2^2$
          - $88^7 \ (mod \ 187) = 88^{2^0+2^1+2^2} (mod \ 187)$
            $= [(88^{2^0} \ mod \ 187) \times (88^{2^1} mod \ 187) \times (88^{2^2} mod \ 187)] \ mod \ 187$

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(4/6)
    - 암호화 (M = 88)
      - $modulus$ 연산

$88^1 \ mod \ 187 \equiv 88$
$88^2 \ mod \ 187 \equiv 77$
$88^4 \ mod \ 187 \equiv 77^2 \ mod \ 187 \equiv 132$

      - $[(88^{2^0} \ mod \ 187)$ x $(88^{2^1} mod \ 187)$ x $(88^{2^2} mod \ 187)] \ mod \ 187$
        $\equiv$ (88 x 77 x 132) $mod \ 187 \equiv 11$
      - 암호문 C=11

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(5/6)
    - 복호화 (C = 11)
      - 공개 키 $PR = \{d, n\}$ 사용 ; $PR = \{23, 187\}$
      - $M = C^d \ mod \ n$; $\mathrm{M} = 11^{23} \ mod \ 187$
        - 더 간단한 계산을 위해 이진수를 이용한 연속제곱법 사용
          - 23을 이진수로 표현
            - $23 = \ 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4$
          - $11^{23} \ (mod \ 187) = 11^{2^0+2^1+2^2+2^4} (mod \ 187)$
            $= [(11^{2^0} \ mod \ 187)$ x $(11^{2^1} mod \ 187)$ x $\left(11^{2^2} mod \ 187\right)$ x $(11^{2^4} mod \ 187)] \ mod \ 187$

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 예시(6/6)
    - 복호화 (C = 11)
      - $modulus$ 연산

$11^1 \ mod \ 187 \equiv 11$
$11^2 \ mod \ 187 \equiv 121$
$11^4 \ mod \ 187 \equiv 121^2 \ mod \ 187 \equiv 55$
$11^8 \ mod \ 187 \equiv 55^2 \ mod \ 187 \equiv 33$
$11^{16} \ mod \ 187 \equiv 33^2 \ mod \ 187 \equiv 154$

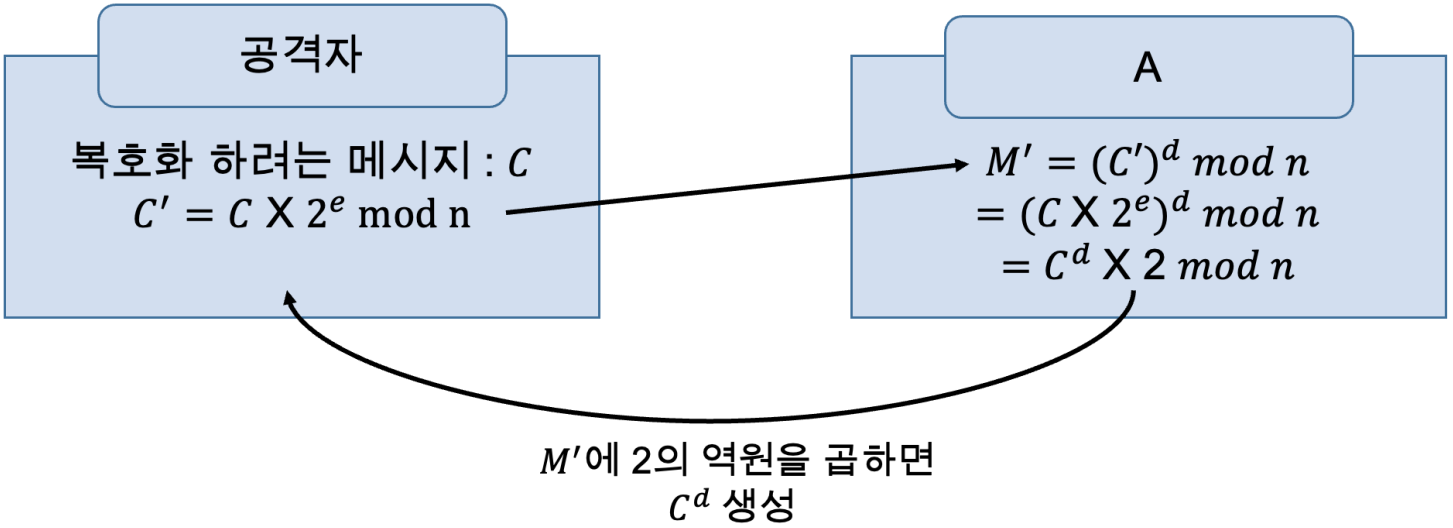
      - $[(11^{2^0} \ mod \ 187)$ x $(11^{2^1} mod \ 187)$ x $(11^{2^2} mod \ 187)$ x $(11^{2^4} mod \ 187)] \ mod \ 187$ $\equiv$ (11 x 121 x 55 x 154) $mod \ 187 \equiv 88$
      - 평문 M=88

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 보안(1/2)
    - 수학적 공격(Mathematical Attack)
      - 방법
        - 두 개의 소수 곱을 인수분해
      - 대응
        - e와 d의 비트 수가 커야 함
    - 타이밍 공격(Timing Attack)
      - 방법
        - 복호화 알고리즘의 실행 시간의 차이 계산
      - 대응
        - 랜덤 지체 방법 사용

공개 키 암호 알고리즘

- RSA(Rivest Shamir Adleman) 암호 알고리즘
  - 보안(2/2)
    - 선택 암호문 공격(Chosen Cipher Attack)
      - 방법
        - 암호 해독에 필요한 정보를 드러내는 블록 선택하여 RSA 알고리즘 특성 악용



      - 대응
        - 패딩 추가

공개 키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환
  - 정의
    - 비밀 키를 교환하기 위한 알고리즘
  - 특징
    - 이산 대수 문제 계산에 착안하여 만들어짐
    - 암호화나 전자서명에 사용되지 않음
    - 자신의 개인 키와 상대방의 공개 키로 비밀 키 생성

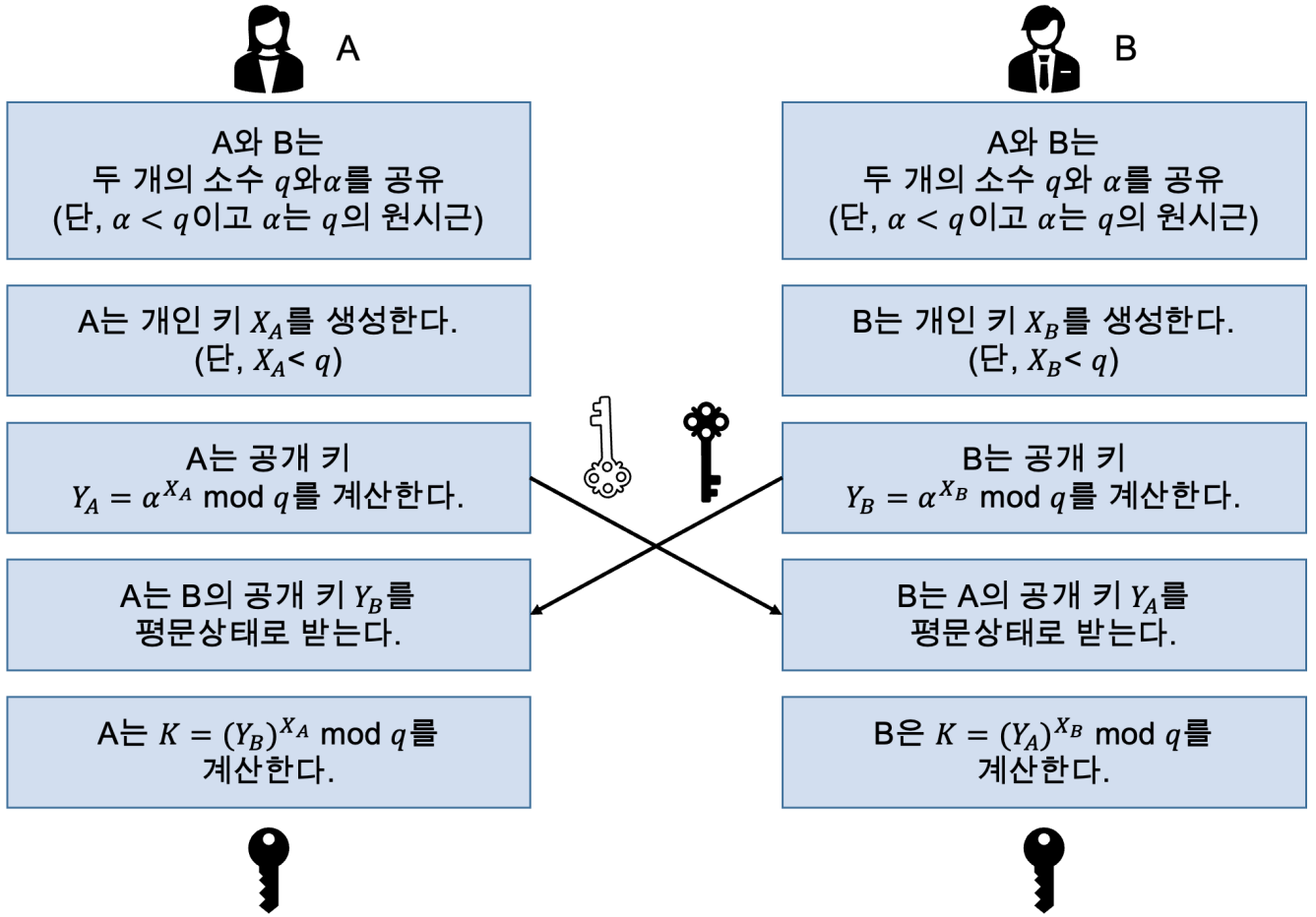
공개 키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환
  - 이산 대수 문제(Discrete Logarithms Problem)
    - 정의
      - $b = a^i \ mod \ p$ 에서 a, p, i를 알면 b를 구하는 것은 쉽지만 b, a, p를 알 때 i를 구하는 것은 어려움
    - 원시근(Primitive Root)
      - 소수 p의 원시근
        - 자신의 거듭제곱을 이용하면 1부터 $p-1$까지의 정수를 모두 생성해 낼 수 있는 수
        - 어떤 수 a가 소수 p의 원시근
          - $\{a \ mod \ p, a^2 \ mod \ p, \cdots, a^{p-1} \ mod \ p\} = \{1, 2, \cdots, p-1\}$
          - e.g., $a^i \ mod \ p$, $p = 13$인 경우, 7은 p의 원시근

a \ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	7	10	5	9	11	12	6	3	8	4	2	1

공개 키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환
  - 키 교환 알고리즘



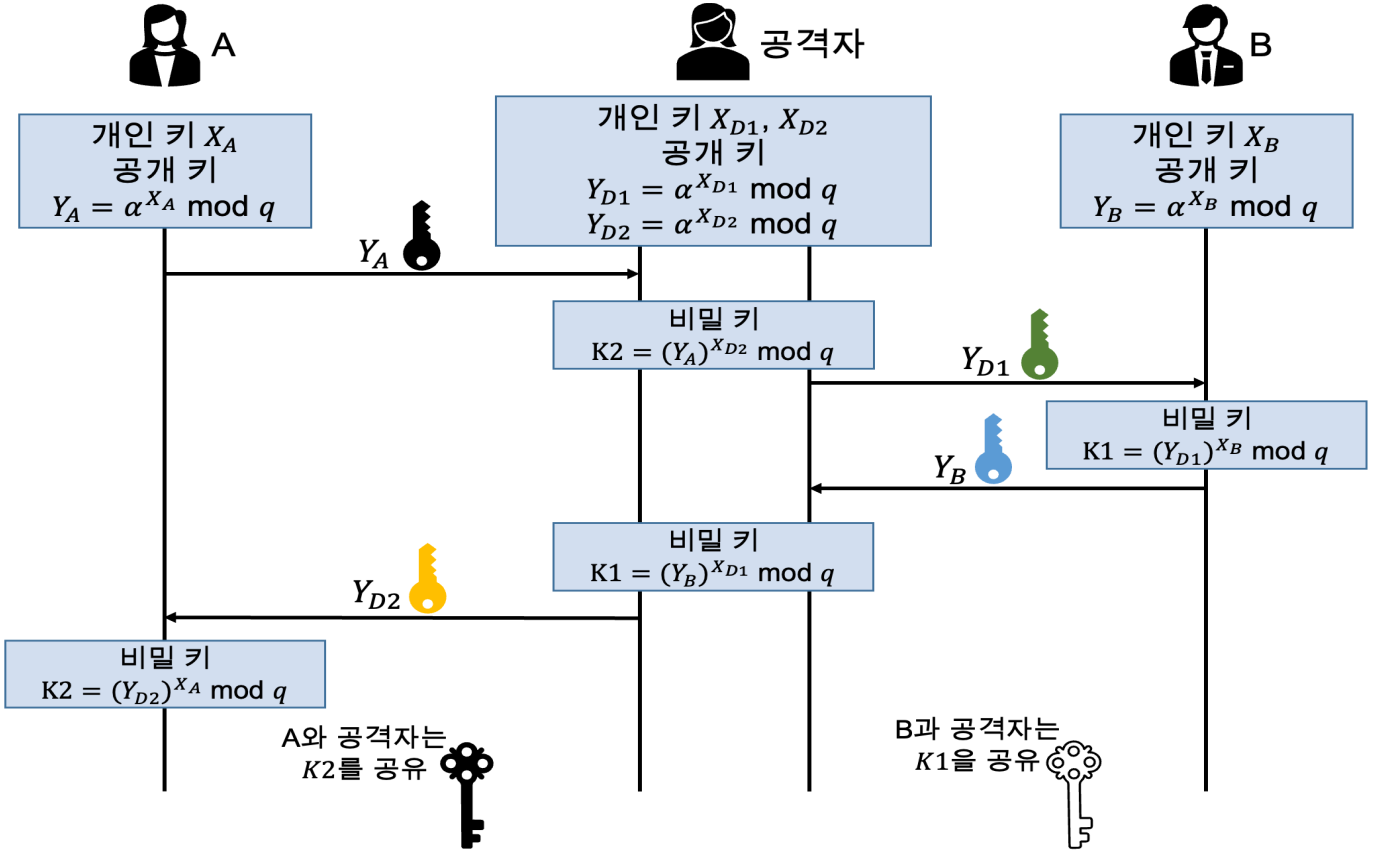
<동일한 비밀 키 생성>

- $Y_A = \alpha^{X_A} \bmod q$
- $Y_B = \alpha^{X_B} \bmod q$

$$
\begin{aligned}
K &= (Y_B)^{X_A} \bmod q \\
&= (a^{X_B} \bmod q)^{X_A} \bmod q \\
&= (a^{X_B})^{X_A} \bmod q \\
&= a^{X_A X_B} \bmod q \\
&= (a^{X_A})^{X_B} \bmod q \\
&= (a^{X_A} \bmod q)^{X_B} \bmod q \\
&= (Y_A)^{X_B} \bmod q
\end{aligned}
$$

공개 키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환
  - 중간자 공격(Man-in-the-Middle Attack)
    - 정의
      - 공격자가 송/수신자 사이에서 전달되는 메시지를 가로채 자신과 송/수신자 사이의 키를 생성하는 공격

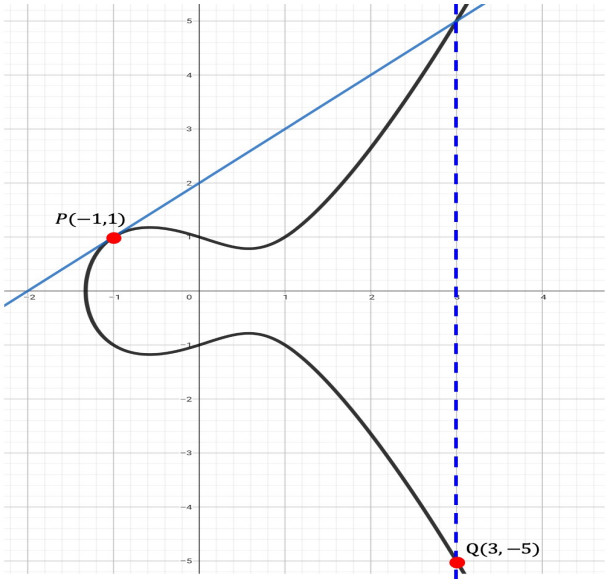


공개 키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환
  - 중간자 공격(Man-in-the-Middle Attack)
    - 대응
      - 지국-대-지국 프로토콜(Station-to-Station Protocol)
        - 방법
          - 공유 키를 만들기 위해 디지털 서명 사용
        - 안전성
          - 공격자는 사용자의 개인 키를 알 수 없기 때문에 서명 생성 어려움

공개 키 암호 알고리즘

- 타원 곡선 암호(ECC, Elliptic Curve Cryptography)
  - 정의
    - 타원 곡선에 기반한 공개 키 암호 방식
  - 특징
    - 타원 곡선 이산 대수 문제에 기반
      - 구성
        - 점 P, Q : 타원 곡선($y^2 = x^3 + ax + b$) 위의 점
        - 정수 k : 점 P를 더하여 새로운 점 Q를 계산하는 횟수
      - 원리
        - k와 P를 통해 Q를 계산하는 것은 쉽지만 $Q = kP$에서 k를 계산하는 것은 어려움
      - 키
        - 공개 키: kP
        - 개인 키: k



목 차

- 공개 키 암호 원리
- 공개 키 암호 알고리즘
- 디지털 서명

디지털 서명

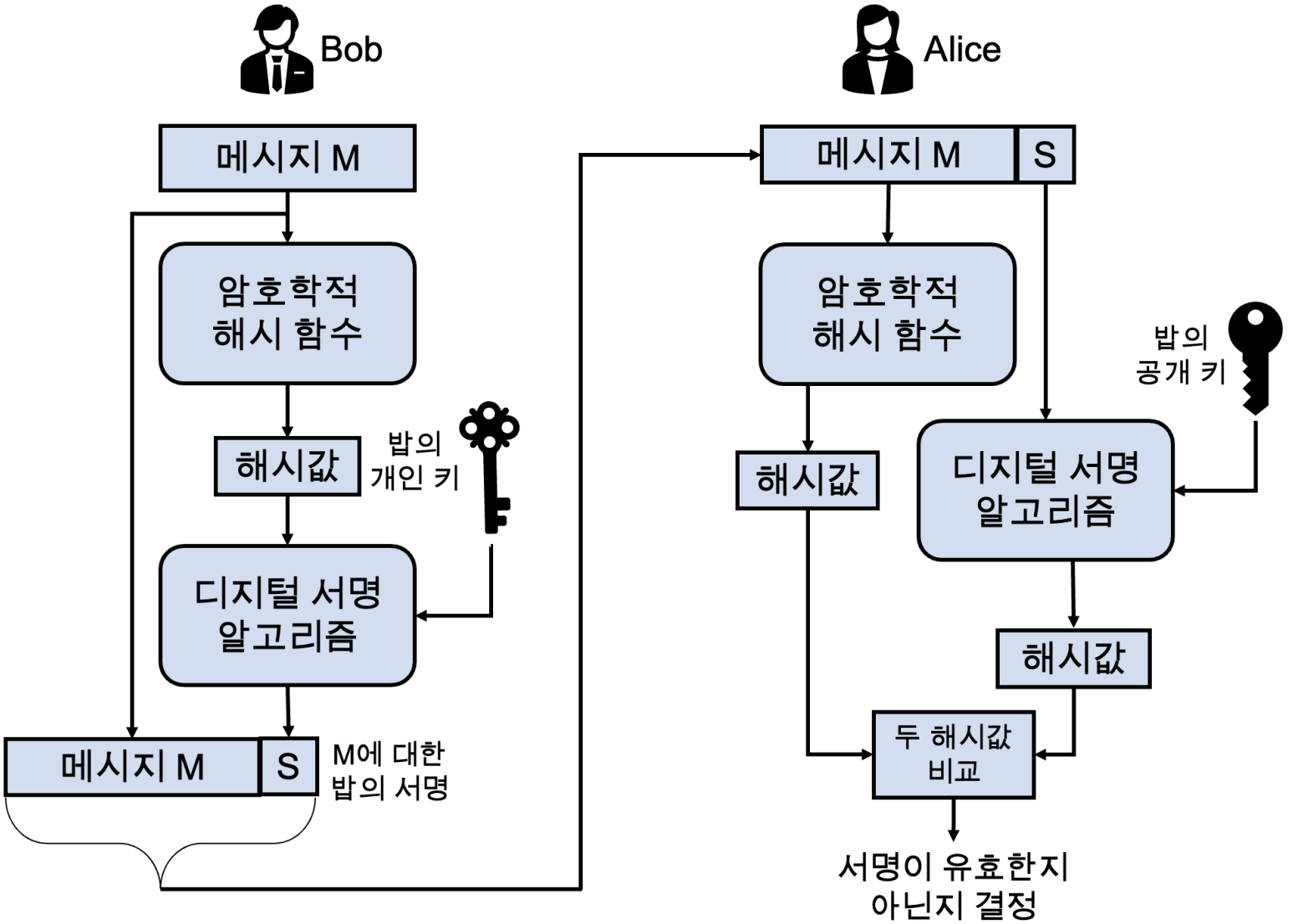
- 정의
  - 공개 키 암호화를 이용하여 발신자가 신분이 도용되지 않은 것을 증명하며, 데이터가 변조되지 않았음을 증명하는 것
- 특징
  - 출처인증, 데이터 무결성 검증
  - 해시 함수 사용
  - 송신자의 개인 키로 암호화, 송신자의 공개 키로 복호화
  - 기밀성 보장하지 못함

디지털 서명

- 디지털 서명에서 해시 함수의 사용 이유
  - 일방향 해시 함수의 성질
    - 임의의 길이 메시지로부터 고정 길이의 해시 값 계산
      - 공개 키 암호시스템은 긴 메시지를 처리하는 데 효율성이 떨어지므로 실제 메시지보다 짧은 메시지의 다이제스트에 서명 가능
    - 메시지가 다르면 해시 값도 다름
      - 메시지가 변경되면 서명이 달라지는 성질을 통해 메시지 무결성 보장 가능

디지털 서명

- 생성 과정


Bob
메시지 M
암호학적
해시 함수
해시값
밥의
개인 키
디지털 서명
알고리즘
메시지 M
S
M에 대한
밥의 서명
Alice
메시지 M
S
암호학적
해시 함수
밥의
공개 키
해시값
디지털 서명
알고리즘
해시값
두 해시값
비교
서명이 유효한지
아닌지 결정

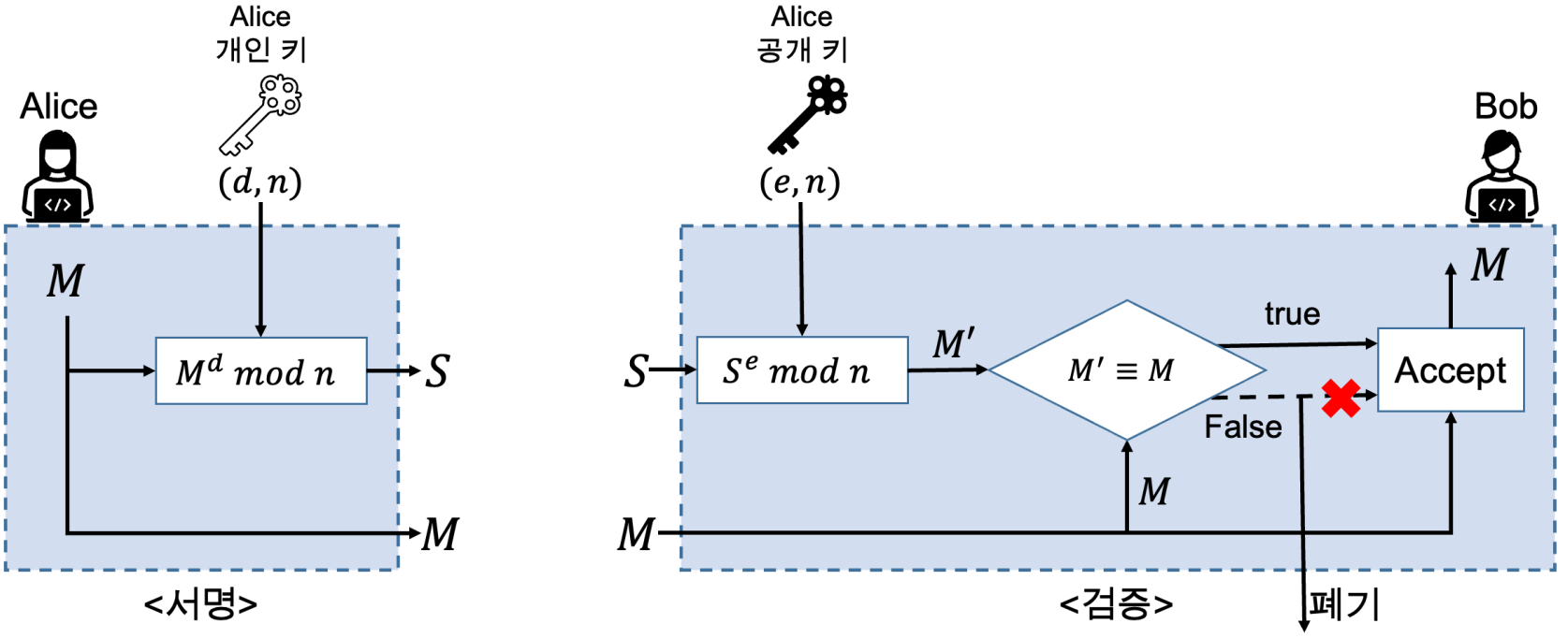
디지털 서명

- RSA 디지털 서명 알고리즘
  - 정의
    - RSA 암호화를 이용한 디지털 서명
  - 과정(1/2)
    - 키 생성
      1. 두 개의 소수 p, q 선택 후 $n = p$ X q 계산
      2. $\phi(n) = (p-1)(q-1)$ 계산
      3. 공개 키로 e 선택 후 de mod $\phi(n) = 1$ 를 만족하는 값 d 계산
      4. 송신자는 d값을 개인 키로 취한 후 공개 키 인자인 n, e를 공개
    - 서명
      - 송신자는 자신의 개인 키로 계산한 값 $S = M^d \ mod \ n$ 을 이용해서 메시지에 서명을 생성하고 그 서명과 메시지를 수신자에게 보냄

디지털 서명

- RSA 디지털 서명 알고리즘
  - 과정(2/2)
    - 검증

1. 수신자는 메시지(M)와 서명(S)을 수신 후 송신자의 공개 키를 적용하여 메시지 $M' = S^e \ mod \ n$ 을 구함
2. 수신자는 이 값 M'과 M을 비교
3. 만약 두 값이 합동인 경우, 수신자는 이 메시지를 받음



Thanks!

손 우 영 (wooyoung@pel.sejong.ac.kr)