2026/08/17, AI에이전트 세미나

이론부터 실전까지 AI에이전트 완벽 마스터

-2장 트랜스포머-

이 하 늘(haneul@pel.sejong.ac.kr)

세종대학교 프로토콜공학연구실

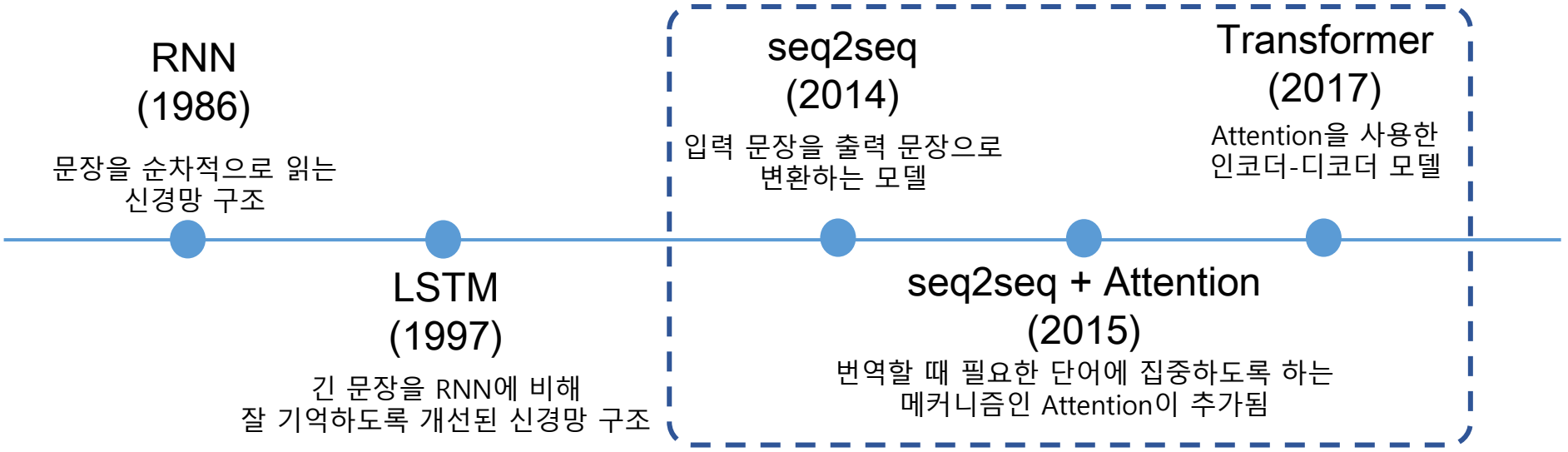
목차

- seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘
- 트랜스포머 모델 소개
- 트랜스포머 학습
- 내부 메커니즘 시각화
- 트랜스포머 활용

seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- 신경망 기반 기계번역 모델의 발전

문제점 (1960년대)	해결 (1990년대)
당시 컴퓨터의 연산 능력 부족	GPU의 등장으로 인한 연산 능력 확보
학습 데이터 부족	인터넷의 보급으로 인한 텍스트 데이터 확보
문맥과 의미를 이해해야 하는 자연어 처리의 복잡성	(해결 필요!)



seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- seq2seq (sequence to sequence) 모델 (1/5)
  - RNN 기반의 기계 번역 모델

1) 컨텍스트 벡터(context vector):
번역하고자 하는 입력 문장의 정보를 압축한 벡터

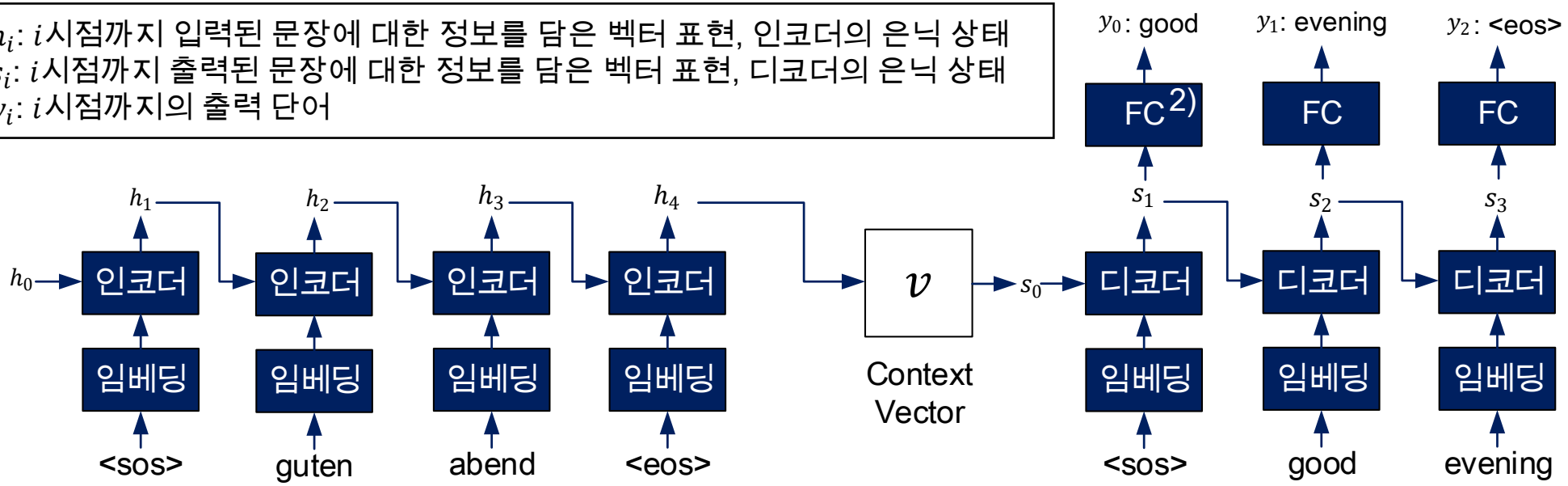
  - 특징
    - 입력 문장과 출력 문장의 길이가 서로 달라도 번역 가능
      - e.g., 영어 5단어 → 한국어 8단어
    - 입력 문장 전체를 하나의 컨텍스트 벡터[1]로 압축하고, 이를 이용해 새로운 문장을 생성

seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- seq2seq 모델 (2/5)
  - 구성요소
    - 인코더 (encoder)
      - 번역하고자 하는 입력 문장의 정보[1]를 추출 및 정리하여 압축된 컨텍스트 벡터를 생성하는 모듈
    - 디코더 (decoder)
      - 인코더가 전달한 컨텍스트 벡터로부터 번역 문장을 생성하는 모듈

1) 정보: 문장을 번역하는 데 필요한 의미와 문맥 정보
e.g., 문법(syntax), 단어의 의미(semantics), 단어 간의 관계(context) 등
2) FC(Fully-connected layer): 은닉 상태 s_i에 기반해 어휘집에 있는 모든 단어에 대해 확률을 구하는 레이어

- h_i: i시점까지 입력된 문장에 대한 정보를 담은 벡터 표현, 인코더의 은닉 상태
- s_i: i시점까지 출력된 문장에 대한 정보를 담은 벡터 표현, 디코더의 은닉 상태
- y_i: i시점까지의 출력 단어

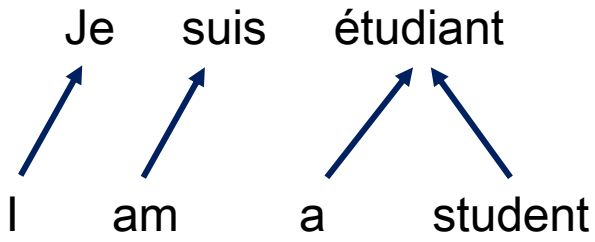


seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

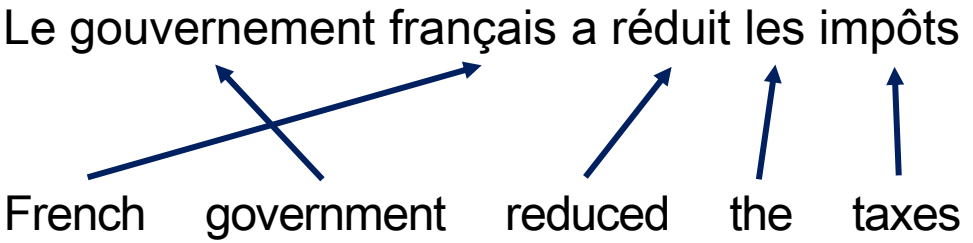
- seq2seq 모델 (3/5)
  - 문제점 (1/3)

1. 정렬 문제

- 입력 문장과 출력 문장의 길이가 서로 상이하기 때문에, 출력된 각 단어가 어떤 입력 단어에 해당하는 지 알 수 없음



<단어 하나가 여러 단어를 포괄하는 일대다 문제>



<불필요한 단어 삽입 문제>

seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

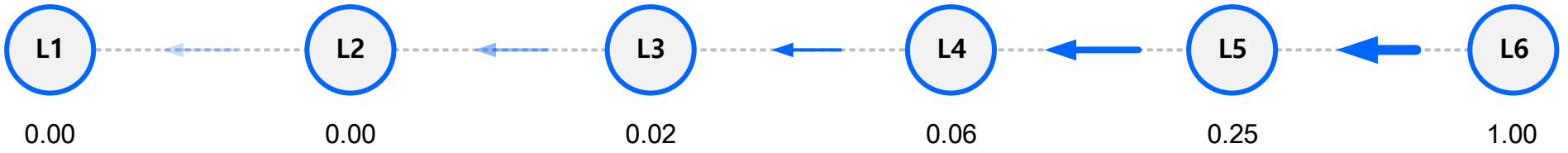
- seq2seq 모델 (4/5)
  - 문제점 (2/3)

1) 역전파(Backpropagation):
   각 층의 가중치가 손실에 미치는 영향을 최소화하기 위해,
   출력층에서 입력층의 방향으로 계산된 오차를 전달하는 과정
2) L: 손실 (loss)
3) W: 모델의 가중치

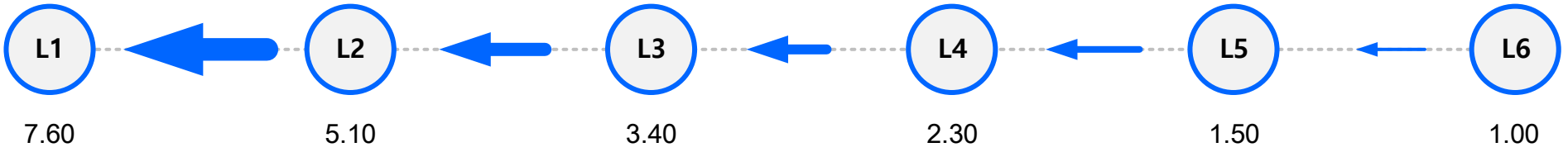
2. 기울기 소실 및 폭발 문제 (부록#1)

- 역전파 과정[1]에서 입력층에 가까워질수록 기울기가 0에 가깝게 작아지거나(기울기 소실), 반대로 너무 증가하여(기울기 폭발) 학습 성능을 저하시키는 문제
  - 기울기($\frac{\partial L}{\partial W}$): 모델의 가중치를 변화시켰을 때, 손실이 변하는 정도

<기울기 소실>



<기울기 폭발>



seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

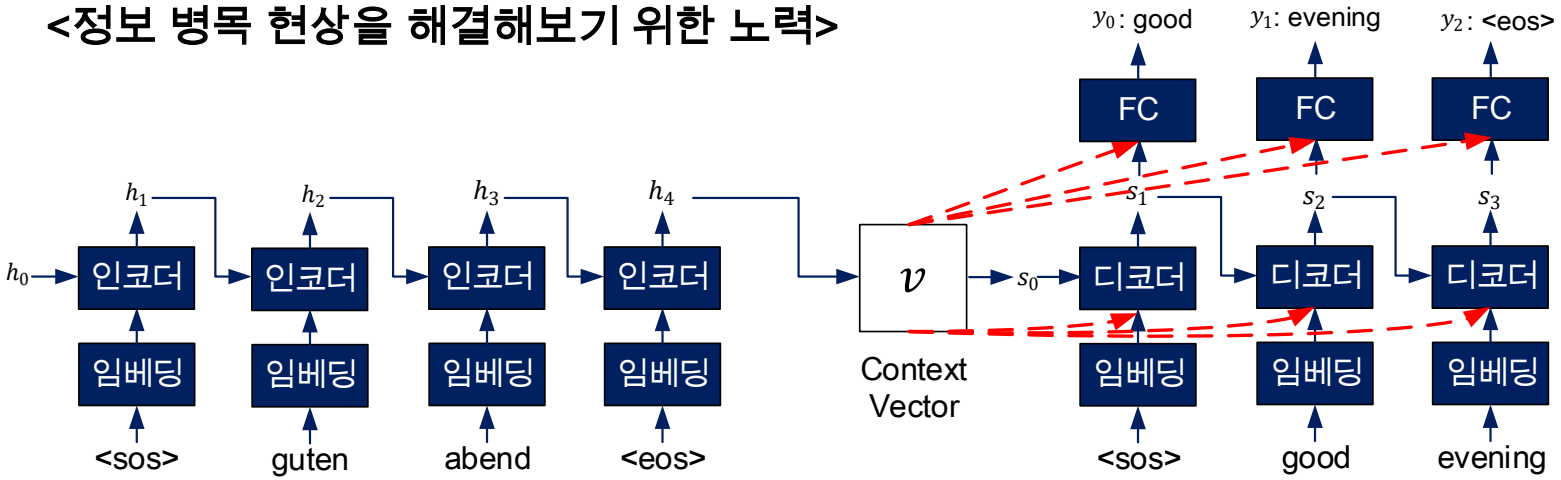
- seq2seq 모델 (5/5)
  - 문제점 (3/3)

3. 정보 병목 현상

- 한정된 크기의 컨텍스트 벡터에 긴 문장에 대한 정보를 저장하므로, 긴 문장을 처리할 경우 주요 정보가 유실되는 문제(정보 병목 현상)가 발생

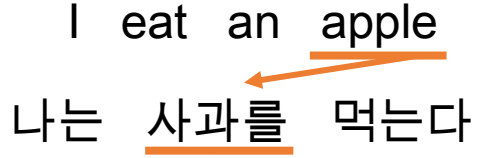
- 정보량이 적은 문장 예시: "나는 학교에 간다"
- 정보량이 많은 문장 예시: "나는 어제 친구와 함께 학교에 갔는데, 학교에서 교수님을 만나 연구 프로젝트에 대해 이야기했고..."
  - 인코더가 기억해야 하는 정보가 상대적으로 많음

<정보 병목 현상을 해결해보기 위한 노력>



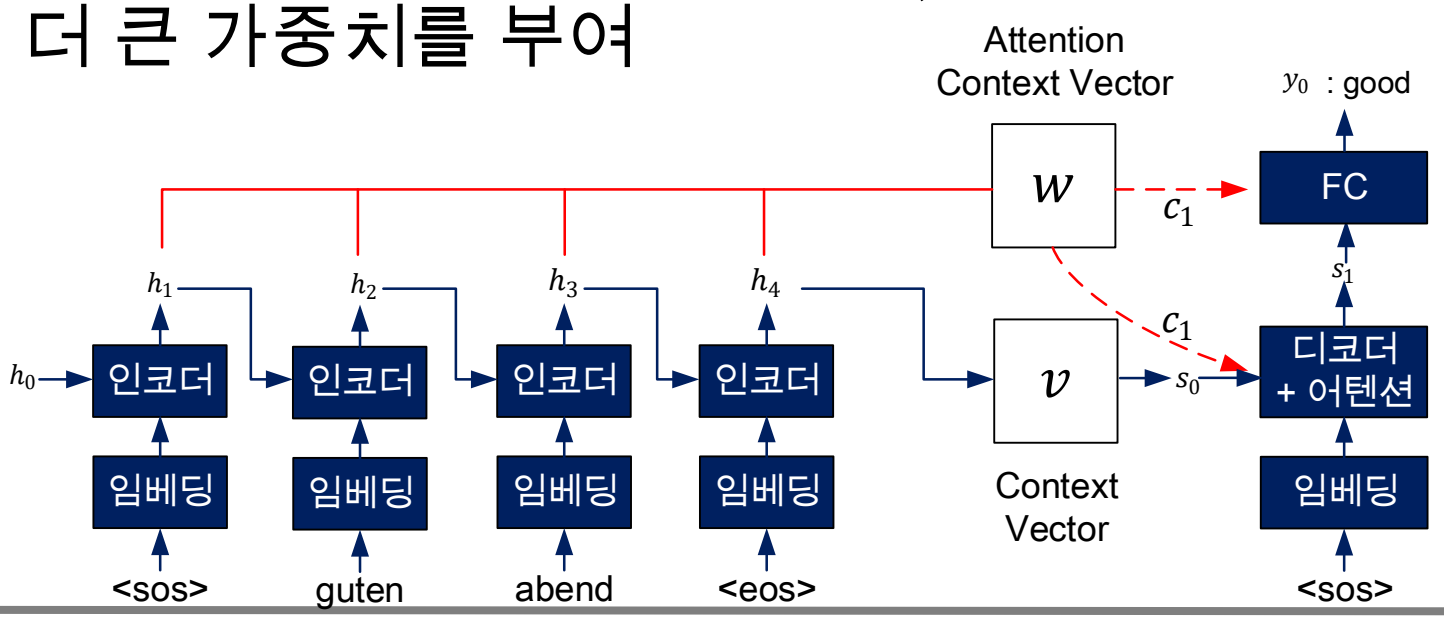
seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- 어텐션 메커니즘 (attention mechanism) (1/5)
  - 입력 문장에 존재하는 단어들과 번역된 문장의 단어들 간 관계를 학습하기 위해 고안된 메커니즘



같은 순서로 매칭되지 않음!
즉, 단어 간 관계 매칭 필요

  - 특징
    - 입력과 출력 단어 간의 정렬 문제 해결
    - 정보 병목 현상을 개선하기 위해, 번역 시 중요한 중요 단어에 더 큰 가중치를 부여



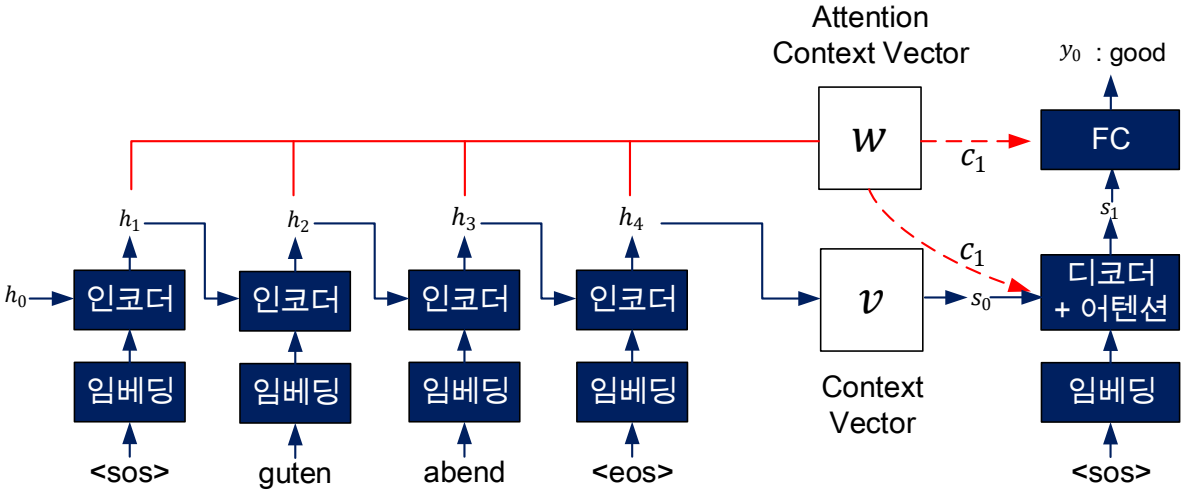
seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- 어텐션 메커니즘 (2/5)

- i: 현재 인코더가 처리 중인 인덱스
- T: 문장에서 토큰의 개수
- s_{i-1}: 이전 시점의 디코더 은닉 상태
- h_j: 인코더에서 j번째 단어의 은닉 상태

1. 과정: 정렬 점수 계산
   - 디코더에서 현재 번역하려는 단어와 관련성이 높은 인코더의 입력 단어를 찾기 위함
   - 디코더의 이전 은닉 상태 s_{i-1}과 인코더의 각 은닉 상태들을 $score()$로 비교하여 정렬 점수($e_{i,j}$)를 계산

$$e_{i,j} = score(s_{i-1}, h_j), \qquad j = 1,2,\dots,T$$



<정렬 점수($e_{i,j}$) 계산 예시>

입력 : I, eat, apple
출력 : 먹는다

I → 2.1
eat → 5.4
apple → 1.8

seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

- 어텐션 메커니즘 (3/5)

2. 과정: 어텐션 가중치 계산
   - 정렬 점수들에 $softmax()$ 적용
   - 각 점수들을 합이 1인 0과 1 사이의 확률 값으로 정규화
     - 현재 시점에서 각 입력 토큰에 대한 중요도를 나타내는 어텐션 가중치($a_{i,j}$)를 계산

- $e_{i,j}$: 정렬 점수
- $\sum_{k=1}^{T} \exp(e_{i,k})$: 인코더의 첫 번째 단어($k=1$)부터 마지막 단어($k=t$)까지의 점수들을 지수화하여 모두 더한 값

$$a_{i,j} = softmax(e_{i,j}) = \frac{\exp(e_{i,j})}{\sum_{k=1}^{T} \exp(e_{i,k})}$$

<어텐션 가중치($a_{i,j}$) 계산 예시>

I → 2.1 → 0.035
eat → 5.4 → 0.940
apple → 1.8 → 0.025

seq2seq 모델과 어텐션 메커니즘

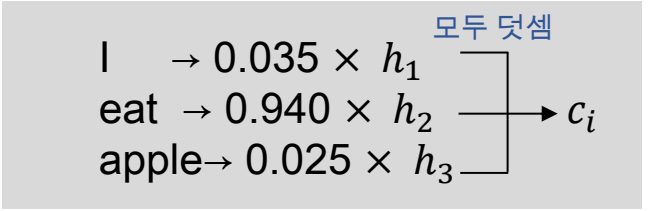
- 어텐션 메커니즘 (4/5)

3. 과정: 어텐션 컨텍스트 벡터 계산
   - 인코더의 은닉 상태(h_j)에 앞서 구한 어텐션 가중치($a_{i,j}$)를 곱한 후 모두 더해 가중합 벡터(c_i)를 구함
     - 가중합을 어텐션 컨텍스트 벡터로 사용함

$$c_i = \sum_{j=1}^{T} a_{i,j} \cdot h_j$$

- c_i: 어텐션 컨텍스트 벡터, 가중합
- $a_{i,j}$: j번째 입력 단어의 어텐션 가중치
- h_i: i시점까지 입력된 문장에 대한 정보를 담은 벡터 표현
- T: 입력 문장의 길이

<가중합(c_i) 계산 예시>



트랜스포머 모델 소개

- 어텐션에도 불구하고 남아있던 문제들

모델이 문장의 의미를 제대로 파악하지 못하고 오류가 다수

모델이 학습 당시의 어휘집에 없는 단어를 처리하기 어려움

대명사 및 기타 문법적 형태를 다룰 때 오류 발생

긴 텍스트 문맥을 유지하기 어려움

학습·테스트 데이터셋의 도메인이 다를 경우, 일반화 능력 저하

RNN은 구조적 한계로 병렬 연산이 불가능해 반드시 순차적으로 계산 (연산 비효율성)

2016년, 구글

RNN을 개선하는 대신 제거하고, 어텐션을 이용하자!

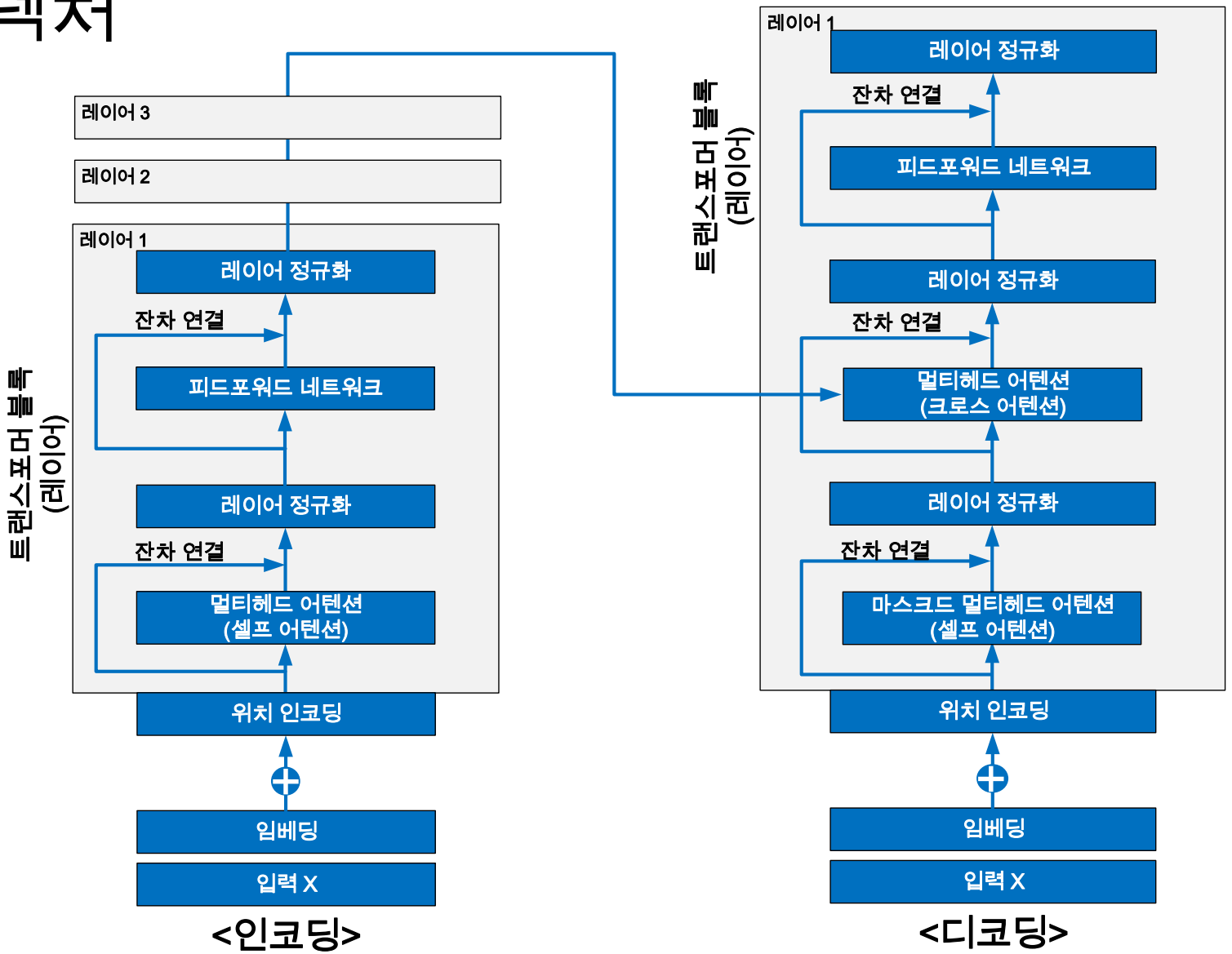
트랜스포머 모델 소개

- 정의
  - 어텐션을 여러 층으로 쌓아 올린 신경망 아키텍처
- 특징
  - 인코더-디코더 구조
  - 병렬 입력이므로 순서 정보가 소실됨

구분	RNN 기반 모델	트랜스포머
처리 방식	토큰을 순서대로 하나씩 입력 (순차 처리)	모든 토큰을 한 번에 입력 (병렬 처리)
속도	느림 (반드시 순차적으로 계산)	빠름 (병렬 연산 가능)
예시	'나' → '는' → '학생' → '입니다' 순서로 입력	['나','는','학생','입니다']가 동시에 입력
순서 인식	구조상 자연스럽게 단어의 앞뒤 순서 파악 가능	병렬 입력이므로 순서 정보가 소실됨

트랜스포머 모델 소개

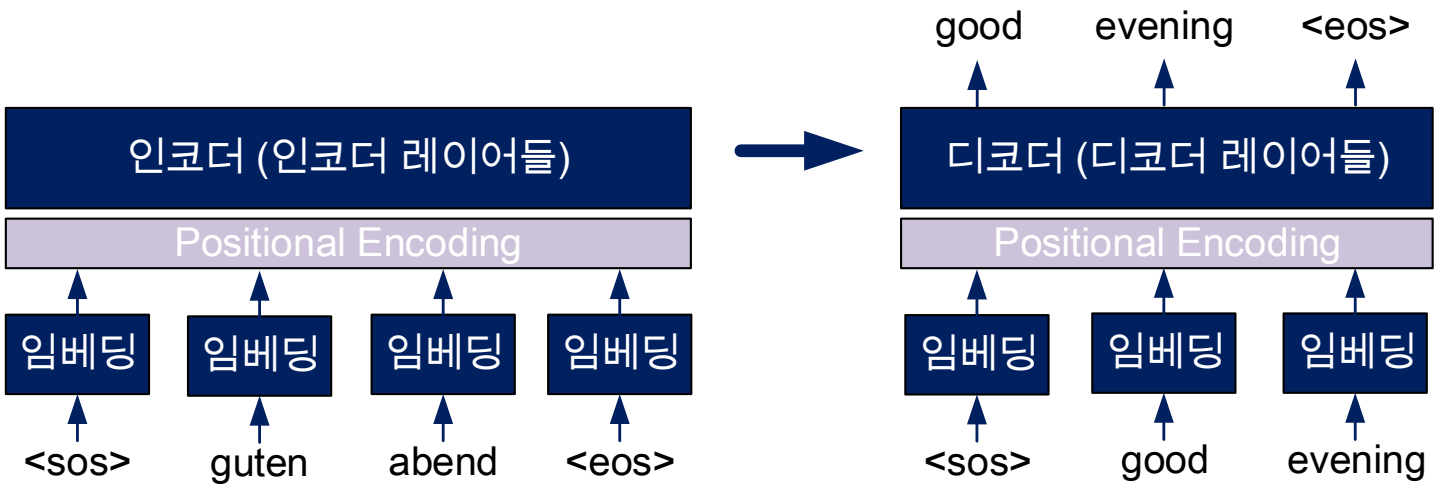
- 아키텍처



트랜스포머 모델 소개

- 위치 인코딩 (Positional Encoding) (1/2)
  - 병렬 처리로 인해 사라지는 단어의 순서 정보를 보완
  - 각 단어의 위치 정보를 나타내는 위치 벡터를 단어 임베딩에 더함

*인코더(Encoder): 여러 개의 인코더 레이어
**디코더(Decoder): 여러 개의 디코더 레이어



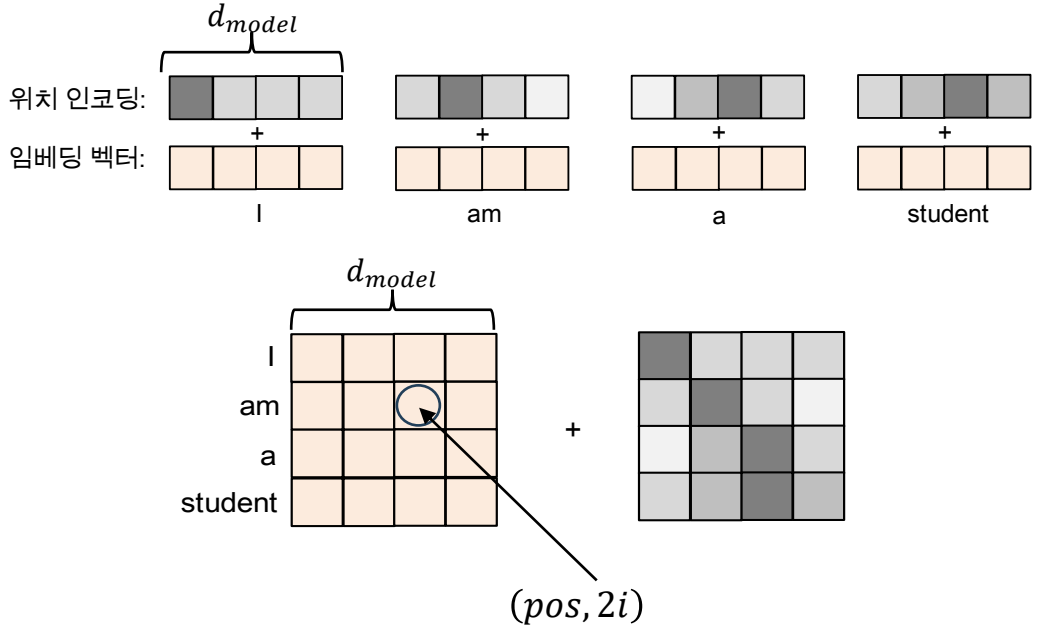
트랜스포머 모델 소개

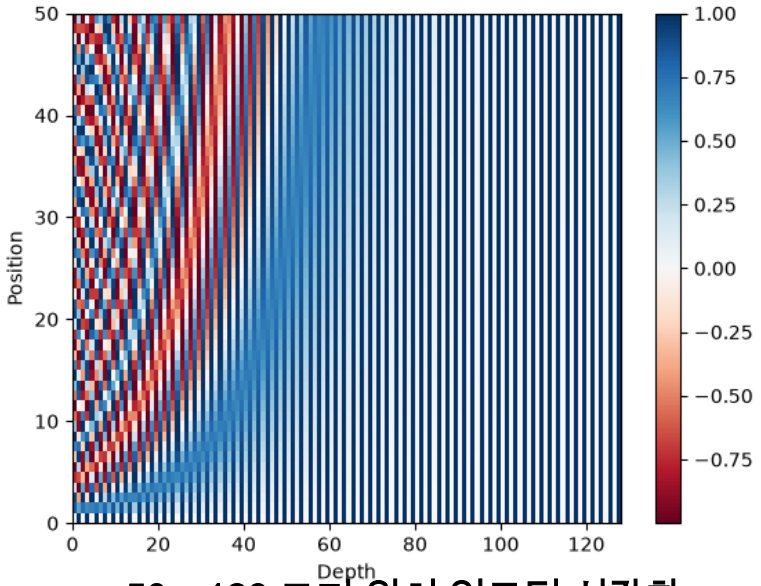
- 위치 인코딩 (2/2)
  - 수식 표현
    - PE는 각 토큰의 위치 정보를 나타내는 d_{model}차원의 벡터
    - 짝수 차원에는 sin 함수, 홀수 차원에는 cos함수를 적용

- pos: 토큰의 위치
- i: 임베딩 벡터의 차원 인덱스
- d_{model}: 임베딩 벡터의 차원 크기
- $10000^{\frac{2i}{d_{model}}}$: 각 차원마다 서로 다른 주기의 sin/cos 함수를 적용하여 다양한 위치 패턴을 생성

$$PE(pos, 2i) = sin(pos / 10000^{\frac{2i}{d_{model}}})$$

$$PE(pos, 2i+1) = cos(pos / 10000^{\frac{2i}{d_{model}}})$$

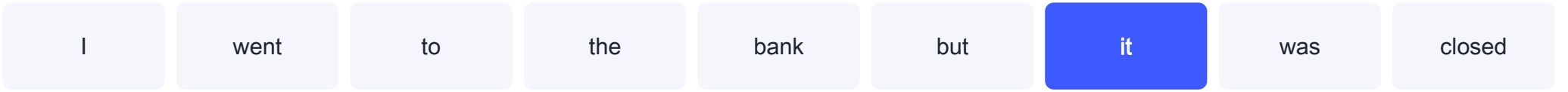




<50 x 128 크기 위치 인코딩 시각화>

트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘(self-attention mechanism) (1/6)
  - 하나의 문장 안에서 단어들 사이의 관계를 파악해 특정 단어의 의미를 예측할 수 있는 어텐션 메커니즘



"it"이 무엇을 지칭하는지 판단할 때, 셀프 어텐션은 문장 내 "the", "bank " 와의 관련도를 높게 계산함

  - 특징
    - 문장 안에서 각 단어가 다른 모든 단어와 관련 있는 정도를 학습하여, 문맥에 따라 달라지는 단어의 의미를 예측함

구분	일반 어텐션	셀프 어텐션
대상	서로 다른 두 시퀀스 간의 관계 (입력 문장 – 출력 문장)	단일 시퀀스 내 내부 단어들 간의 관계 (입력 문장 – 입력 문장)
주요 목적	번역할 때 디코더의 특정 단어가 인코더의 어떤 단어를 참조할지 결정	문장 내에서 단어와 단어 사이의 문맥적/문법적 관계를 파악

트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘 (2/6)

  - X: 입력 문장을 벡터로 표현한 배열
  - W^Q, W^K, W^V: 각 Q, K, V를 만들기 위한 가중치

  - 핵심 개념

Query (질의)

$$Q = X \times W^Q$$

현재 기준이 되는 단어가 모든 단어들에게 던지는 질문 벡터

"나 'it'인데, 문장 안의 다른 단어들 중에 누구와 가장 관련있어?"

Key (키)

$$K = X \times W^K$$

문맥에 따라 단어의 의미가 다른 경우를 고려해 정확한 의미를 파악하기 위한 식별용 벡터

"'it'과 'bank(은행)'가 가장 관련도가 높구나."

Value (값)

$$V = X \times W^V$$

문장 속 각 단어들이 가지는 의미 벡터

- W^Q, W^K, W^V는 모델이 랜덤 값으로 초기화하고, 학습 과정에서 지속적으로 수정됨
- Q, K, V 각각의 행렬은 토큰 수(n) X 벡터 차원(d_k)
  - 벡터 차원(d_k) = 입력 임베딩 차원(d_{model})

트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘 (3/6)

- d_k: 벡터 차원의 크기
- K^T: key 행렬을 전치한 것

1. 과정: Query, Key, Value 생성
   - 입력 문장의 각 단어를 Q, K, V 벡터로 변환

$$Q = X \times W_Q$$
$$K = X \times W_K$$
$$V = X \times W_V$$

   - 예시
     - 'it'에 대한 벡터 $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Query (질의)

$$\boldsymbol{X \times W^Q = Q}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Key (키)

$$\boldsymbol{X \times W^K = K}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Value (값)

$$\boldsymbol{X \times W^V = V}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 0 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘 (4/6) – 스케일드 닷 프로덕트

2. 과정: 어텐션 점수 계산
   - Q와 모든 K를 비교해 관련도(QK^T)를 계산
     - 각 단어가 문장 내 다른 단어와 관련 있는 정도를 계산

- d_k: 벡터 차원의 크기
- K^T: key 행렬을 전치한 것
- i: 행의 인덱스
- j: 열의 인덱스

$$(Q \cdot K^T)_{i,j} = \sum_{l=1}^{d_k} q_{i,l} k_{j,l} = \underbrace{q_{i,1}k_{j,1} + q_{i,2}k_{j,2} + \cdots + q_{i,d_k}k_{j,d_k}}_{d_k\text{번 덧셈}}$$

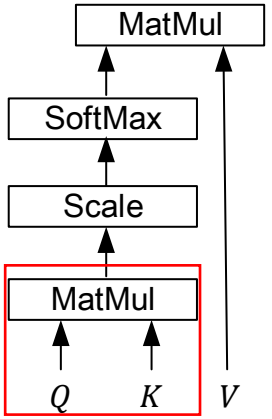
- 예시

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad K^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q \cdot K^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 16 & 12 \\ 4 & 12 & 10 \end{bmatrix}$$

점곱(Dot Product)

2차원 벡터 $a = (a_1, a_2), b = (b_1, b_2)$일 때
$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$



트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘 (5/6) – 스케일드 닷 프로덕트

3. 과정: 어텐션 가중치 계산

- d_k: 벡터 차원의 크기
- K^T: key 행렬을 전치한 것

  - $softmax()$를 통해 관련도를 0과 1사이로 정규화하여 가중치 계산

$$softmax(\frac{Q \cdot K^T}{\sqrt{d_k}})$$

⇨ 스케일링
QK^T의 결과가 커서, $softmax()$의 기울기가 0에 수렴하지 않도록 하기 위함 (부록 #2)

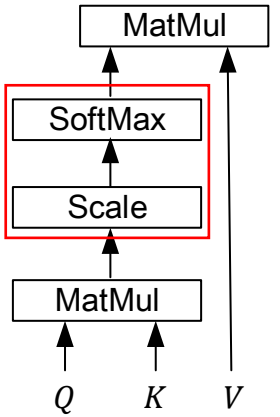
  - 예시

$$QK^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 16 & 12 \\ 4 & 12 & 10 \end{bmatrix}$$

$$softmax([\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}]) = [0.13613, 0.43194, 0.43194]$$

$$softmax([\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{16}{\sqrt{3}}, \frac{12}{\sqrt{3}}]) = [0.00089, 0.90884, 0.09027]$$

$$softmax([\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{12}{\sqrt{3}}, \frac{10}{\sqrt{3}}]) = [0.00744, 0.75471, 0.23785]$$



트랜스포머 모델 소개

- 셀프 어텐션 메커니즘 (6/6) – 스케일드 닷 프로덕트

4. 과정: 출력 벡터 생성
   - 어텐션 가중치를 V와 곱하여 각 단어의 출력 생성

- d_k: 시퀀스의 크기
- K^T: key 행렬을 전치한 것

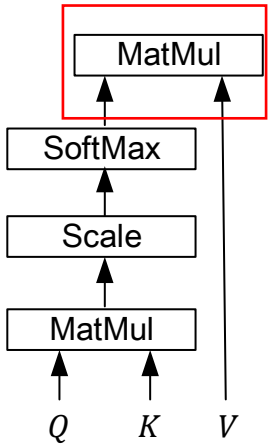
$$Attention(Q,K,V) = softmax\left(\frac{Q \cdot K^T}{\sqrt{d_k}}\right)V$$

- 예시

$$softmax([\frac{2}{\sqrt{3}},\frac{4}{\sqrt{3}},\frac{4}{\sqrt{3}}]) = [0.13613,0.43194,0.43194]$$

$$softmax([\frac{4}{\sqrt{3}},\frac{16}{\sqrt{3}},\frac{12}{\sqrt{3}}]) = [0.00089,0.90884,0.09027]$$

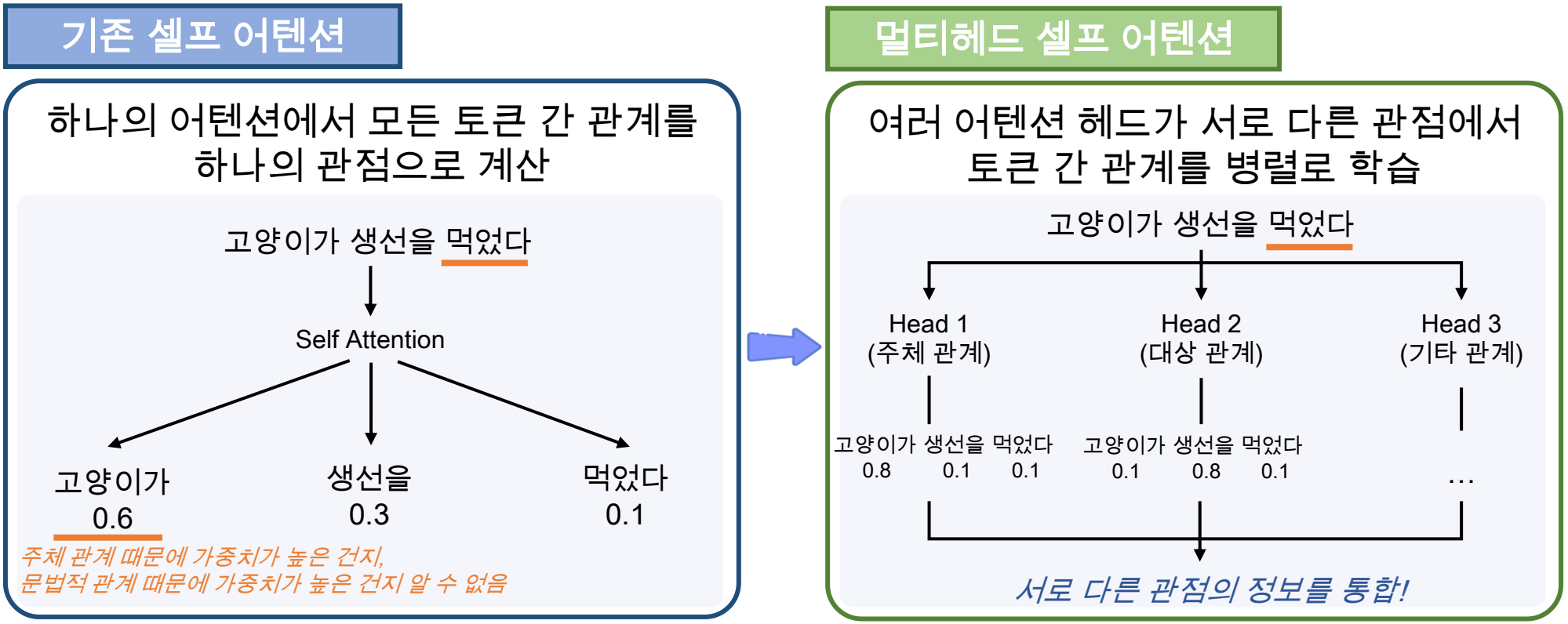
$$softmax([\frac{4}{\sqrt{3}},\frac{12}{\sqrt{3}},\frac{10}{\sqrt{3}}]) = [0.00744,0.75471,0.23785]$$



$$Attention(Q,K,V) = \begin{bmatrix} 0.13613 & 0.43194 & 0.43194 \\ 0.00089 & 0.90884 & 0.09027 \\ 0.00744 & 0.75471 & 0.23785 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 0 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8639 & 6.3194 & 1.7042 \\ 1.9991 & 7.8141 & 0.2735 \\ 1.9926 & 7.4796 & 0.7359 \end{bmatrix}$$

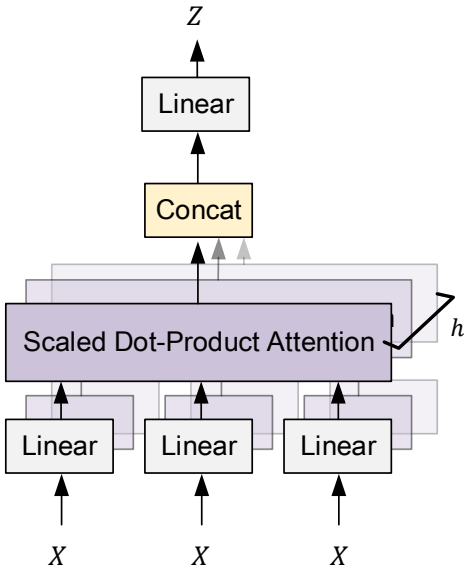
트랜스포머 모델 소개

- 멀티헤드 셀프 어텐션 (1/4)
  - 셀프 어텐션을 여러 개의 헤드로 나누어 병렬로 수행

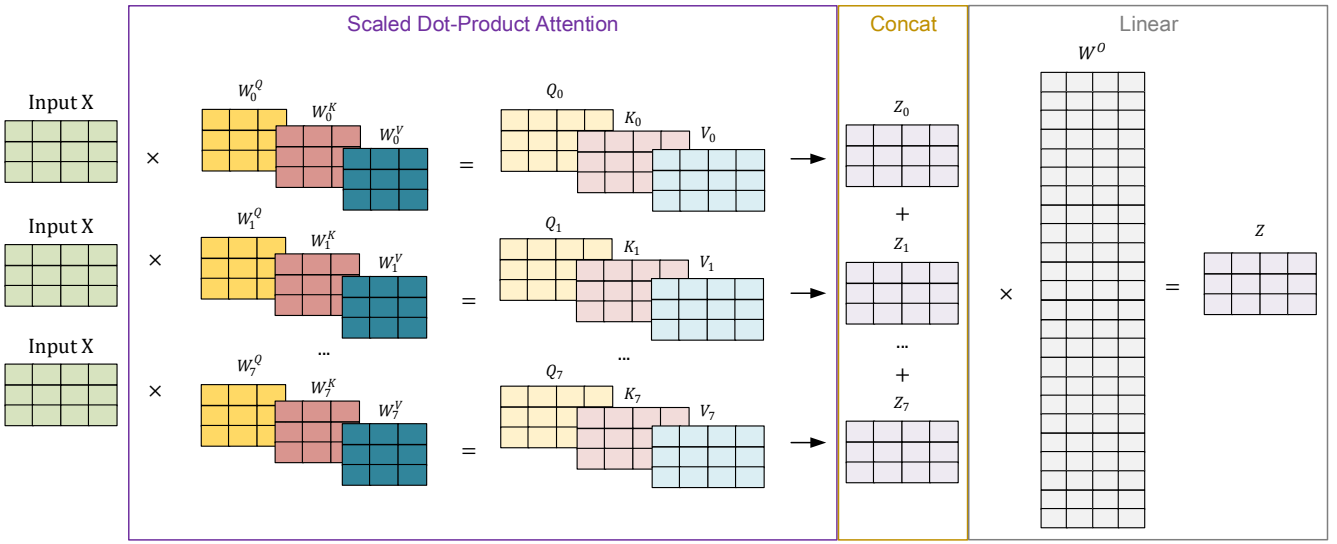


트랜스포머 모델 소개

- 멀티헤드 셀프 어텐션 (2/4)
  - 과정 개요
    - 입력 행렬 X를 헤드 수만큼 Q, K, V로 각각 선형 변환
    - 각 헤드별 스케일드 닷 프로덕트 연산을 수행하여 맥락 벡터 Z_i 산출
    - 각 맥락 벡터를 하나로 연결하여 출력 가중치 행렬 W^O를 곱해 최종 출력 Z 산출



<과정>



<과정 상세도>

트랜스포머 모델 소개

- 멀티헤드 셀프 어텐션 (3/4)

- d_k: 벡터 차원의 크기
- K_i^T: i번째 헤드의 key 행렬을 전치한 것
- i: 헤드 번호

1. 과정: Query, Key, Value 생성
   - 각 단어의 임베딩 벡터 X를 입력으로 받아 각 헤드마다 Q_i, K_i, V_i 생성

$$Q_i = X \times W_i^Q$$
$$K_i = X \times W_i^K$$
$$V_i = X \times W_i^V$$

2. 과정: 헤드 별 어텐션 출력 벡터 구하기
   - 각 헤드에서 스케일드 닷 프로덕트를 병렬로 수행하여 헤드별 어텐션 출력 벡터를 구함

$$head_i = Attention(Q_i, K_i, V_i) = softmax\left(\frac{Q_i \cdot K_i^T}{\sqrt{d_k}}\right)V_i$$

트랜스포머 모델 소개

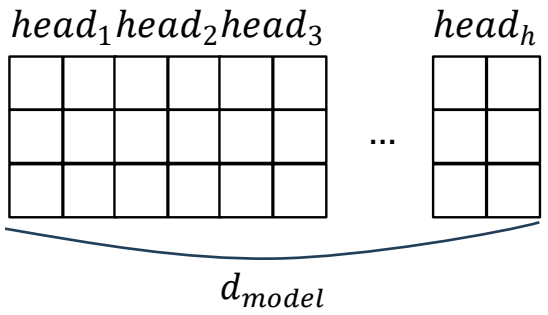
- 멀티헤드 셀프 어텐션 (4/4)

- W^O: 출력 가중치

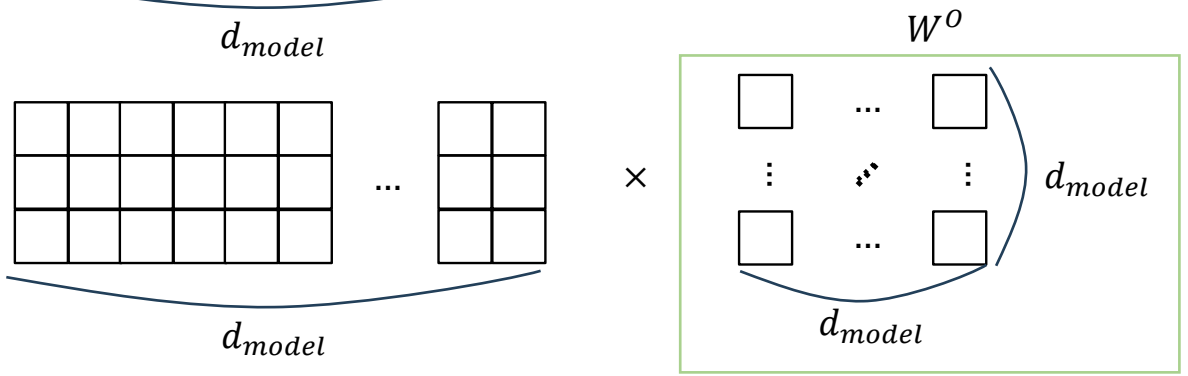
3. 과정: 멀티헤드 어텐션 결과 결합
   - 각 헤드 별 어텐션 값을 연결($Concat$)한 후, 출력 가중치 행렬 W^O를 곱해 최종 멀티헤드 어텐션 결과를 계산

$$MultiHead(Q,K,V) = Concat(head_1, \dots, head_h)W^O$$

$Concat(head_1, \dots, head_h) =$

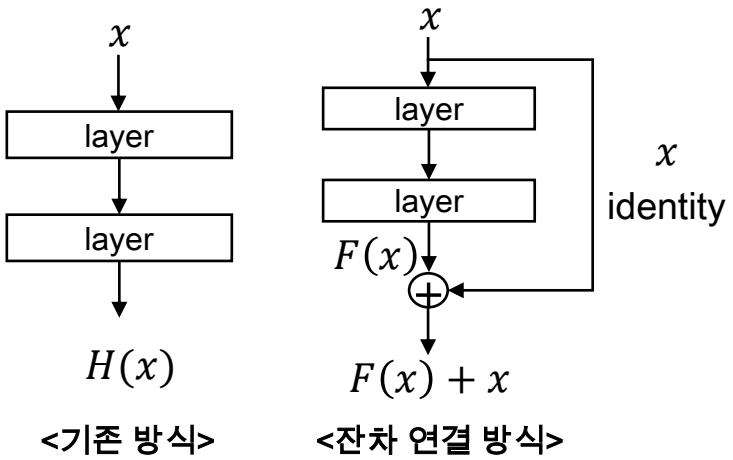


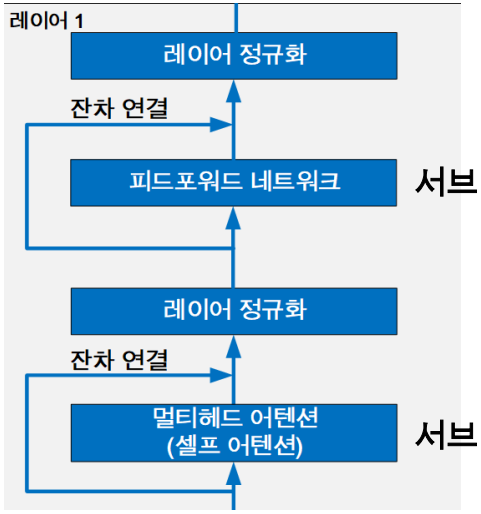
$MultiHead(Q,K,V) =$



트랜스포머 모델 소개

- 잔차 연결 (Residual Connection)
  - 각 층의 입력을 해당 층의 출력에 그대로 더하는 구조
  - 필요성
    - 이미 알고있는 정보 x를 보존하여 층이 깊어질 수록 정보를 잃는 문제를 완화
    - 역전파 시에 미분하면 $\frac{\partial(F(x)+x)}{\partial x} = \frac{\partial F(x)}{\partial x} + 1$이 되어, 1의 기울기를 확보하므로 기울기가 0으로 수렴(기울기 소실)하는 현상을 방지





트랜스포머 모델 소개

- 레이어 정규화 (Layer Normalization)
  - 은닉 상태 값($F(x)+x$)을 일정한 범위(평균 0, 분산 1)로 조정하여 학습을 안정적으로 만드는 기법
  - 수식 표현

① 입력 벡터의 평균과 표준편차 계산 $\mu = \frac{1}{d_{model}}\sum_{i=1}^{d_{model}} x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{d_{model}}\sum_{i=1}^{d_{model}}(x_i-\mu)^2}$

② 정규화 및 스케일링 $\hat{x} = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$

③ 최종 변환 $LayerNormalization = \gamma\hat{x} + \beta$

- μ: 평균
- σ: 표준편차
- $\hat{x}$: 정규화된 벡터
- d_{model}: 벡터 차원
- γ: 스케일(분산,표준편차)을 조절하는 학습 가능한 파라미터
- β: 위치(평균)를 조절하는 학습 가능한 파라미터

  - 모든 값을 평균 0과 분산 1로 맞추게 되면 모델 고유의 표현력이 제한될 수 있음
    - 표현력: 모델이 학습을 통해 각 특징의 상대적인 중요도와 기준값을 조절할 수 있는 능력
  - γ, β는 학습 과정에서 함께 학습되는 파라미터로, 정규화 이후에도 모델이 학습에 필요한 표현력을 잃지 않도록 보정함

트랜스포머 모델 소개

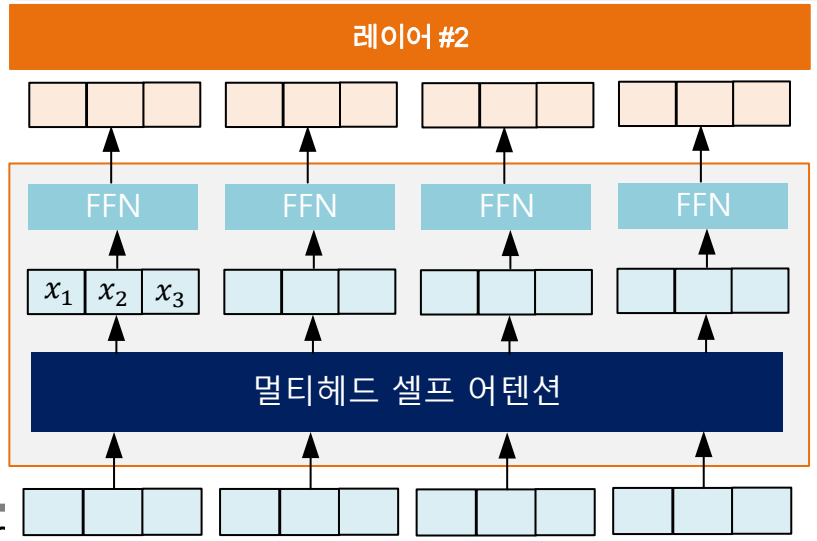
- 피드포워드 네트워크 (FFN, Feed-Forward Networks)
  - 어텐션으로부터 도출된 값을 각 토큰에 대해 독립적으로 비선형 변환하는 신경망 구조
    - 비선형 변환은 활성화 함수를 이용해서 이루어짐
    - 활성화 함수로 비선형성을 더해 복잡한 관계와 특징 (e.g., 동음이의어 문맥 판단, 반어법 처리) 학습
  - 수식 표현

활성화 함수를 통해
0 이하의 값은 거르고 양수 값만 활용

- W_1, b_1: 첫 번째 선형 레이어 가중치,편향
- W_2, b_2: 두 번째 선형 레이어 가중치,편향

$$FFN(x) = max(0, xW_1 + b_1)W_2 + b_2$$

1차 선형 변환 / 2차 선형 변환



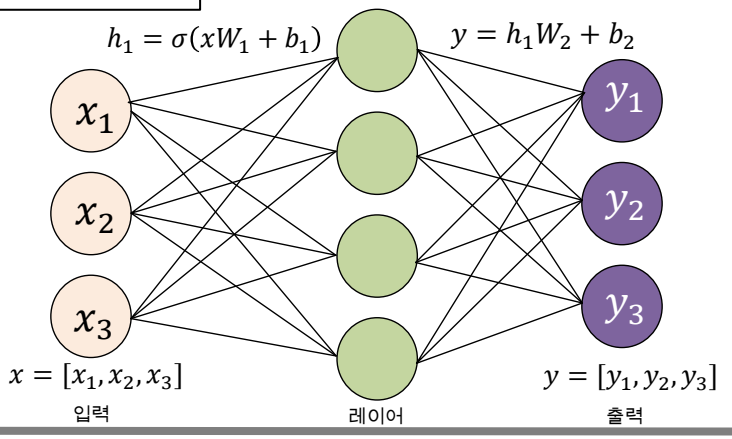
레이어#1의 출력
레이어#2의 입력

레이어 #1

레이어#1의 입력

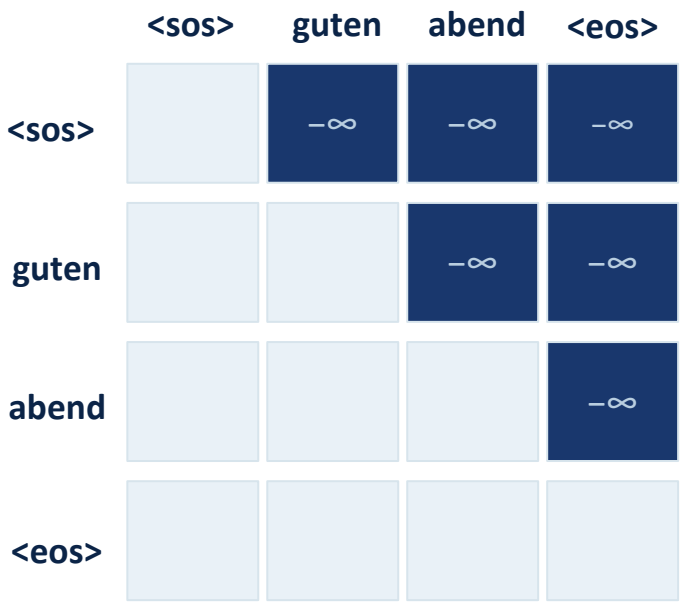
σ=활성화 함수

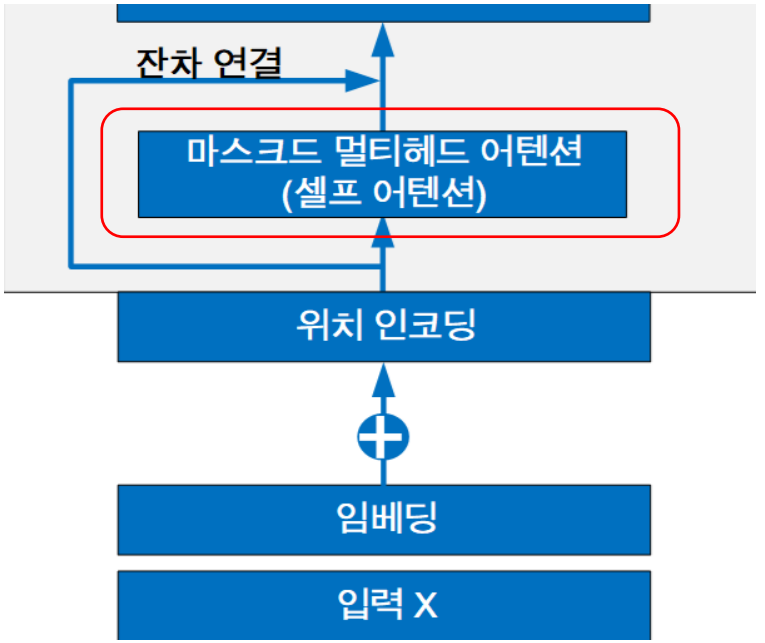
<피드포워드 네트워크>



트랜스포머 모델 소개

- 마스크드 멀티헤드 셀프 어텐션
  - 현재 시점의 단어를 예측하고자 할 때, 미래 시점의 단어까지도 참고할 수 있는 현상을 보완
  - 아직 등장하지 않은 미래 토큰이 해당하는 위치에 음의 무한대(−∞)로 대체하는 마스크 추가

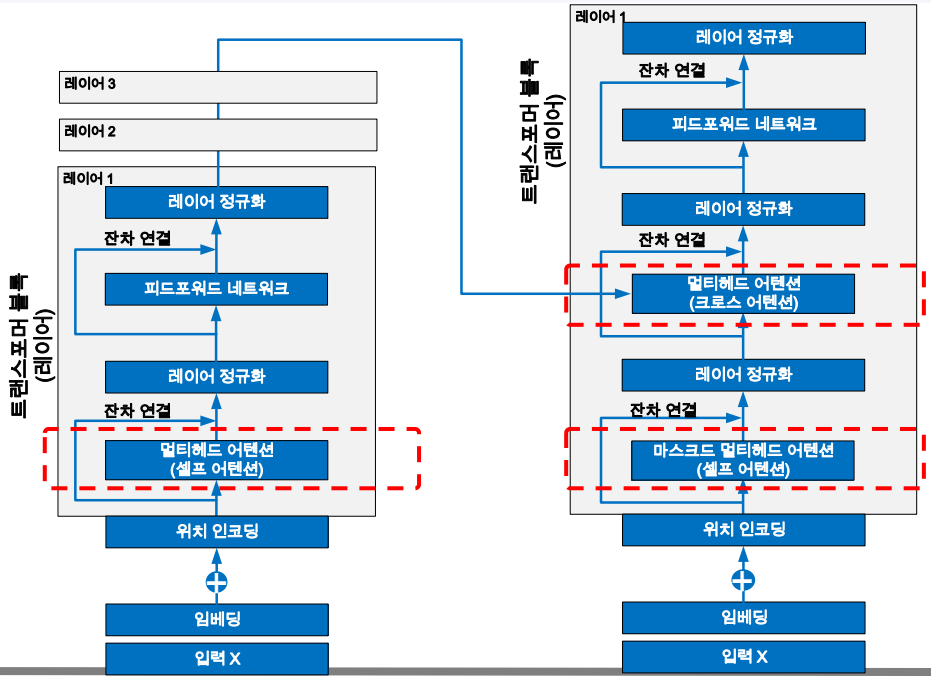




트랜스포머 모델 소개

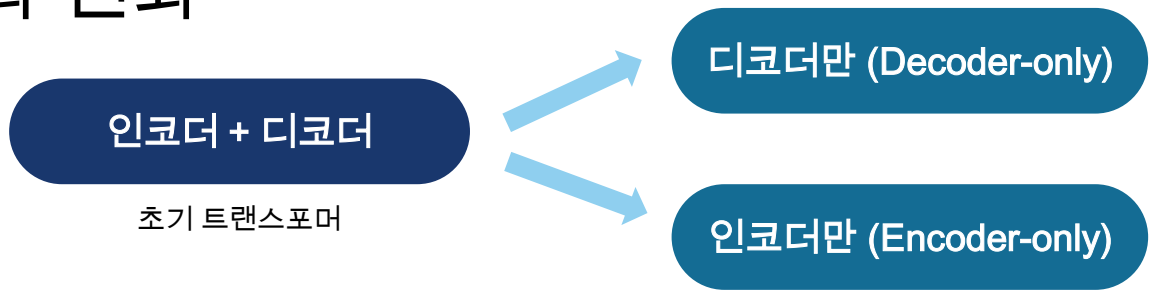
- 크로스 어텐션 (Cross-Attention)
  - 셀프 어텐션과 달리, 인코더와 디코더 양쪽의 정보를 모두 활용하는 어텐션 메커니즘
    - Q, K, V의 관계

인코더의 첫번째 어텐션 – Query, Key, Value: 인코더
디코더의 첫번째 어텐션 – Query, Key, Value: 디코더
디코더의 두번째 어텐션 - Query : 디코더 / Key, Value : 인코더



트랜스포머 학습

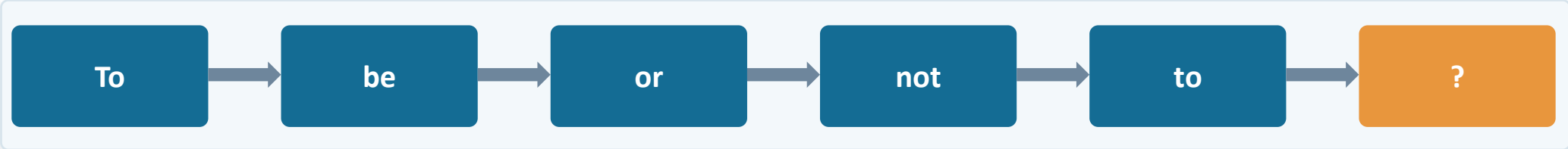
- 자기지도(self-supervised) 학습
  - 관리자가 정답(label)을 일일이 만들어 학습시키지 않아도, 모델이 입력 데이터 자체에서 정답을 만들어 학습하는 방식
  - 모델 구조의 변화



    - 인과 언어 모델(Decoder-only)
      - 이전 토큰을 기반으로 다음 토큰을 생성하는 작업
      - e.g., 텍스트 생성
    - 양방향 언어 모델(Encoder-only)
      - 입력 문장의 의미와 문맥을 이해해야 하는 작업
      - e.g., 요약, 감성 분석, 질의응답

트랜스포머 학습

- 언어 모델링 (Language Modeling)
  - 자기지도를 통해 다음 단어가 나올 확률을 추정하는 방식



- w_i: i번째 단어
- $w_{1:i-1}$:이전까지 등장한 모든 단어

  - 수식 표현

$$P(w|h) = P(w_n \mid w_{1:n-1}) = \prod_{i=1}^{n} P(w_i \mid w_{1:i-1})$$

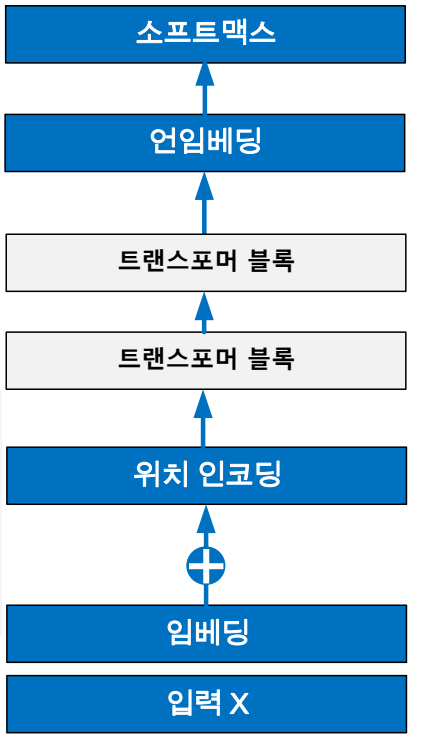
    - 예시
      - ‘To be or not to’에서 다음 단어가 ‘be’일 확률 $P(be|To\ be\ or\ not\ to)$

트랜스포머 학습

- 다음 토큰에 대한 확률 벡터 구하기 (1/4)
  - 과정
    1. 입력 임베딩 및 위치 인코딩
       - 각 토큰을 벡터로 변환

입력 문장: “나는 오늘 학교에”

나는 → [의미 벡터] + [1번째 위치 벡터] = [0.2, -0.4, ...]
오늘 → [의미 벡터] + [2번째 위치 벡터] = [0.7, 0.1, ...]
학교에 → [의미 벡터] + [3번째 위치 벡터] = [-0.3, 0.8, ...]



    2. 트랜스포머 블록
       - 각각의 토큰들이 트랜스포머 블록을 통과하며 문맥 정보를 반영한 출력 벡터(h_{last})로 변환

트랜스포머 학습

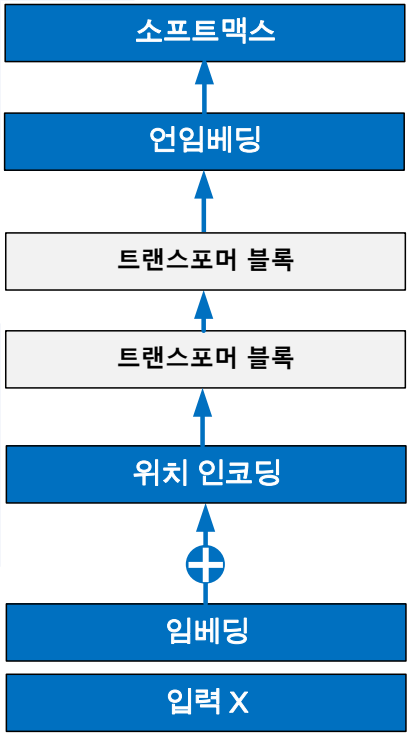
- 다음 토큰에 대한 확률 벡터 구하기 (2/4)
  - 과정
    3. 언임베딩
       - 각 토큰의 출력 벡터를 활용해 어휘집에 단어들에 대해 다음 토큰으로 선택될 가능성을 판단하는 점수인 로짓 산출

- 로짓 $z = h_{last} W_U + b$
  - W_U: 언임베딩 가중치 행렬
  - b: 편향

갔다 → 3.7점 (앞선 '오늘', '학교에' 문맥상 가장 높은 점수)
간다 → 2.1점
먹었다 → -1.2점

    4. 소프트맥스 연산
       - 로짓을 $softmax()$에 넣어 확률 분포로 변환

갔다 0.72
간다 0.15
있다 0.05
먹었다 0.02
...

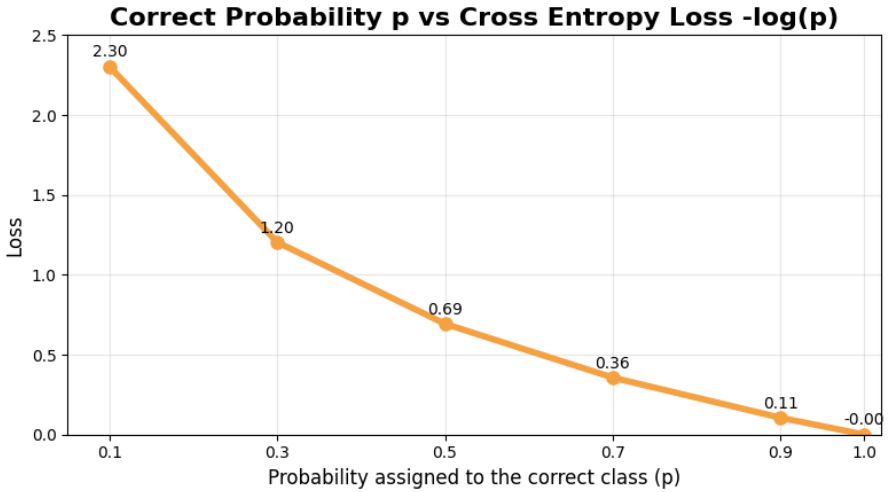


트랜스포머 학습

- 다음 토큰에 대한 확률 벡터 구하기 (3/4)
  - 교차 엔트로피 손실 계산
    - 모델이 예측한 다음 단어의 확률과 실제 다음 단어의 확률 간 차이를 최소화 하기 위해 활용하는 손실 함수
    - 수식 표현

$$L_{CE} = -\Sigma_{w \in V} y_t[w] log\, \hat{y}_t[w]$$

- V: 모델이 알고 있는 전체 단어(토큰)의 집합
- $y_t[w]$: 현재 위치 t에서의 정답 벡터 (원핫 벡터)
- $\hat{y}_t[w]$: 모델이 예측한 확률



I	eat	an	apple	the
0	0	0	1	0

$$L_{CE} = -logP(apple)$$

모델이 정답에 높은 확률을 부여하면 손실은 작아지고,
낮은 확률을 부여하면 손실이 커짐

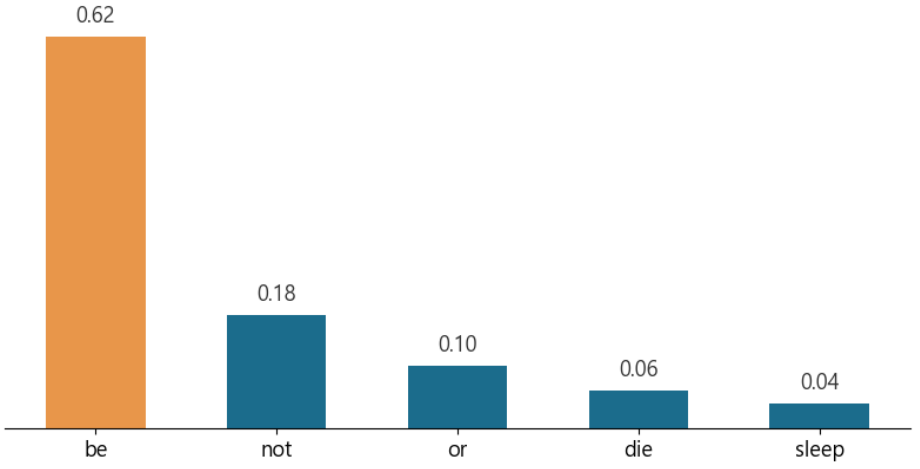
트랜스포머 학습

- 다음 토큰에 대한 확률 벡터 구하기 (4/4)
  - 교사 강요 (Teacher Forcing)
    - 사전 학습 시에, 디코더에 예측 결과 대신 실제 정답 토큰을 다음 입력으로 강제로 사용함
      - 교사 강요를 사용해 오류의 전파를 완화

이전에 어떤 단어를 예측했든 강제로 정답을 주입

트랜스포머 학습

- 다음 토큰 선택하기 (1/2)
  - 그리디 디코딩 (Greedy Decoding)
    - 확률 벡터를 얻은 후 주어진 문맥으로부터 다음 단어를 예측할 때 가장 확률이 높은 단어를 선택하는 방식
    - 특징
      - 결과가 예측 가능하고 정형화됨
      - 확률이 가장 높은 단어 선택이 항상 좋다고 보장할 수 없음



<다음 단어 확률 분포 예시>

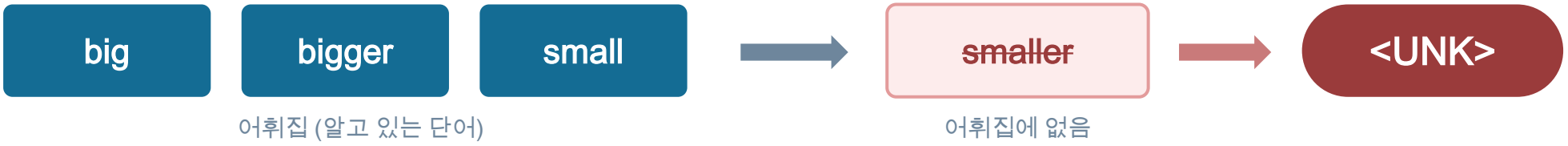
트랜스포머 학습

- 다음 토큰 선택하기 (2/2)
  - 비결정적 샘플링
    - 그리디 디코딩의 한계를 보완한 다음 토큰 선택 방식
    - 샘플링 기법 종류

샘플링 기법	핵심 원리	특징
랜덤 샘플링	다음 토큰을 전체 확률분포에서 무작위로 선택	드물고 특이한 단어가 선택되어 문장이 부자연스러울 수 있음
Top-k 샘플링	확률 상위 k개 후보만 남기고 재정규화 후 선택	k값으로 후보 범위를 직접 통제
Top-p 샘플링	누적 확률이 특정 비율 p에 도달할 때까지 후보 선택	Top-k보다 다양한 단어 선택 가능
온도 샘플링	로짓을 온도 t로 나누고 단어 후보들 중, 무작위로 선택	$t < 1$: 코딩, 수학 문제 풀이 등 정확성과 일관성이 요구될 때 사용 $t > 1$: 창작 글쓰기, 브레인스토밍 등 창의성과 다양성이 필요한 작업에 사용

트랜스포머 학습

- 미지 단어 문제 (Unknown Word Problem)
  - 고정된 어휘집의 한계
    - 학습 데이터에 없는 단어(e.g., 신조어, 오탈자)를 접하면 토큰 <UNK>를 할당
      - <UNK>가 많아지면 모델이 문맥을 제대로 이해하지 못하게 됨



트랜스포머 학습

- 미지 단어 문제: 서브워드 단위의 토큰화
  - 형태소·문법 규칙을 단어보다 더 작은 단위로 나누어 토크나이저가 인식할 수 있게 함
  - 바이트 페어 인코딩 (BPE, Byte-Pair Encoding) (1/2)
    - 현대 LLM에서 가장 널리 사용되는 서브워드 토큰화 방법
    - 특징
      - 어휘집에 10만 개의 토큰만 있어도 조합을 통해 수백만 개의 단어 표현 가능
      - 어휘집에 없는 단어도 이미 있는 서브워드의 조합으로 만들 수 있음

트랜스포머 학습

- 미지 단어 문제: 서브워드 단위의 토큰화
  - 바이트 페어 인코딩 (BPE) (2/2)
    - 흔한 단어와 드문 단어의 적용
      - 흔한 단어의 경우에는 단어 전체를 어휘집에 추가함
        - e.g., “the”는 등장 빈도가 높으므로 어휘집에 통째로 추가
      - 드문 단어의 경우에는 단어 전체를 어휘집에 추가하는 대신, 단어를 분리하여 어휘집에 추가함
        - e.g., “react”는 등장 빈도가 비교적 낮으므로, “re”와 “act”로 분리하여 어휘집에 추가

트랜스포머 학습

- 기존의 인과 언어 모델
  - 텍스트 생성에 특화되어 문장을 왼쪽에서 오른쪽으로 순차적으로 읽음
  - 특정 단어를 처리할 때 그 오른쪽에 있는 단어를 알 수 없음

- 양방향 모델 (BERT, Bidirectional Encoder Representations from Transformers)
  - 주어진 문장 전체를 이해하는 작업이 필요할 때 활용

구분	인과 언어 모델 (Causal LM)	양방향 언어 모델 (BERT)
구조	디코더	인코더
문맥 참조	왼쪽(이전) 문맥만	양쪽 문맥 모두
대표 작업	텍스트 생성	질의응답, 요약, 번역 등 이해·분류 작업

트랜스포머 학습

- 마스크드 언어 모델링
  - 입력 문장의 일부 단어를 [MASK]로 가린 후, 앞뒤 문맥을 이용하여 가려진 단어를 예측하는 자기지도 학습 방식
  - 특징
    - 문장 내의 토큰을 무작위로 마스킹함
  - 동작 방식
    - 일부 토큰을 마스크로 가리고, 나머지 문맥으로 해당 토큰을 예측
    - 전체 문맥(앞+뒤)이 주어진 상태에서 <MASK> 자리에 올 단어를 예측

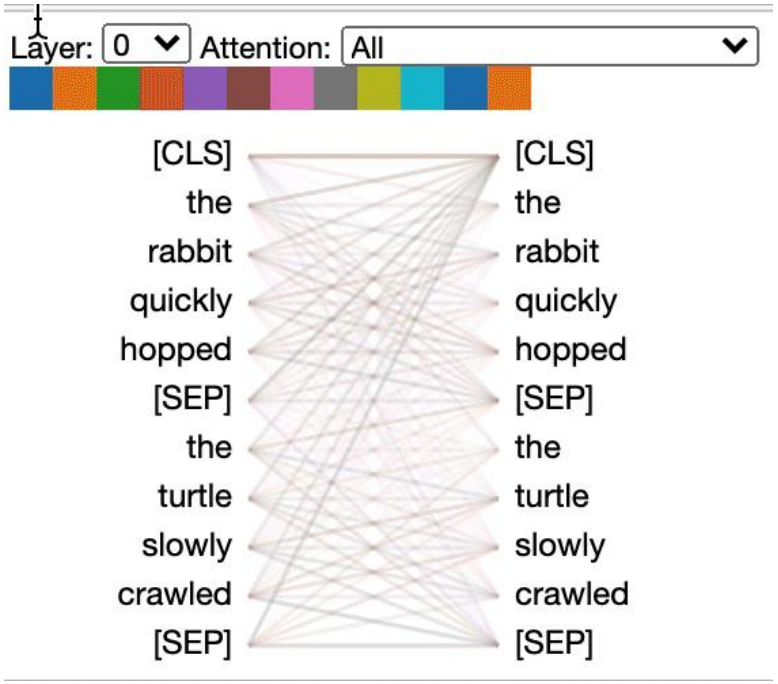
트랜스포머 학습

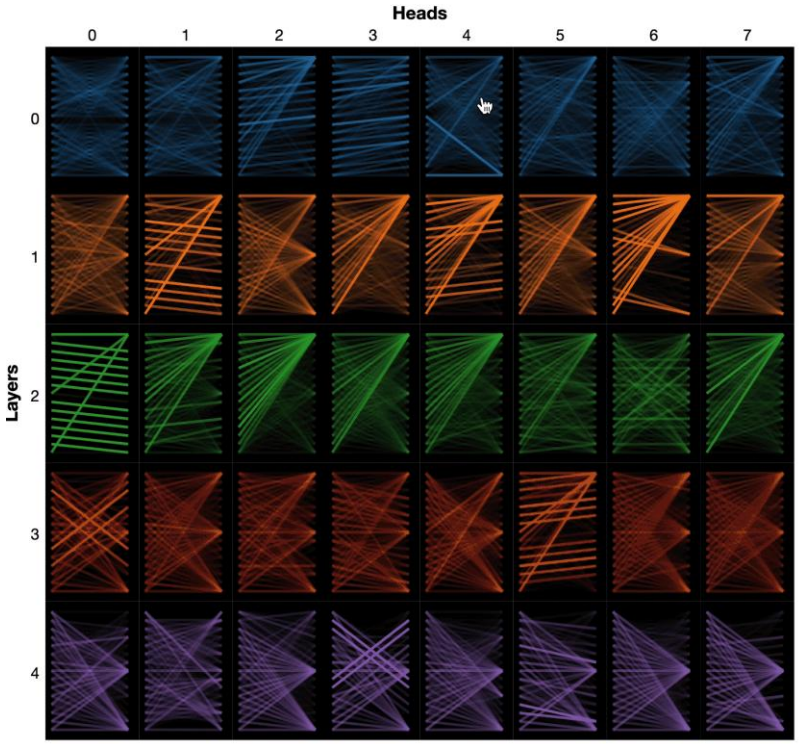
- 입력 구분을 위한 특수 토큰
  - [CLS]: 모든 입력의 맨 앞에 붙는, 입력 시작을 알리는 토큰
  - [SEP]: 입력 내에서 서로 다른 문장을 분리하는 토큰

"[CLS] 영화는 언제 개봉했나요? [SEP] 2023년에 개봉했습니다. [SEP]"

내부 메커니즘 시각화

- 어텐션 (Attention) 가중치 분석
  - 각 단어가 어떤 단어와의 관계를 참고하는지 확인
  - 선이 진할수록 어텐션 가중치가 높음



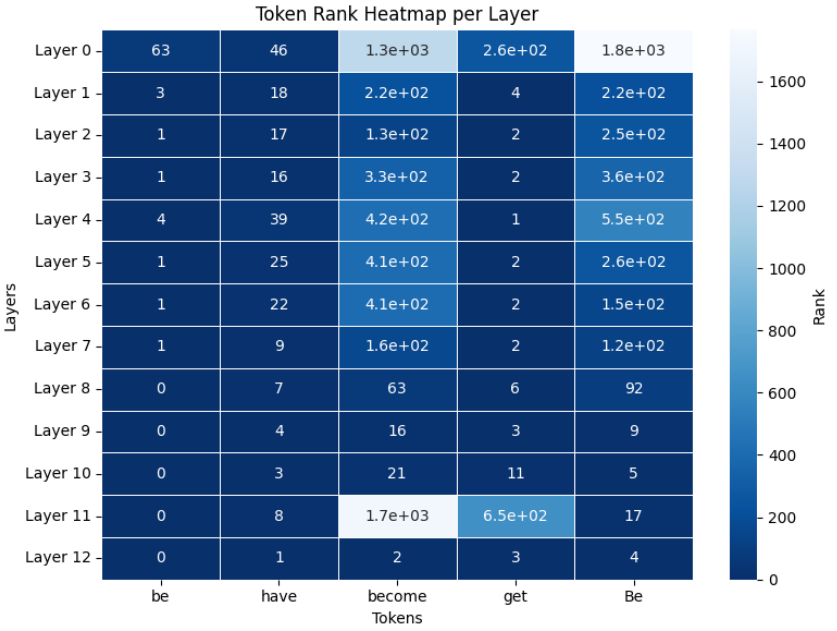


<출처> https://github.com/jessevig/bertviz

내부 메커니즘 시각화

- 레이어별 다음 토큰 예측 순위(Rank) 변화
  - 초기 레이어에서는 단순한 특징을, 후반 레이어에서는 의미 중심의 특징을 학습
  - 레이어를 거칠수록 다음 토큰 후보의 순위가 점차 안정적으로 변화

1. 세로축: 트랜스포머 레이어
2. 가로축: 마지막 레이어에서 선택된 상위 후보 토큰
3. 히트맵 상의 숫자: 각 토큰의 예측 순위



<GPT-2에서 “To be or not to”를 입력했을 때의 토큰 예측 히트맵>

내부 메커니즘 시각화

- 뉴런 활성화 패턴 분석

  - 비음수 행렬 분해: 0 이상의 값으로 이루어진 행렬을 여러 개의 작은 행렬로 분해하는 방법
  - 뉴런: 특정 특징이나 패턴을 감지해 활성화 수치로 나타내는 개별 노드

  - 비음수 행렬 분해를 활용하여, 피드포워드 네트워크에서 활성화되는 뉴런들을 분석할 수 있음
  - 다음 토큰을 생성할 때 모델이 어떤 문맥 요소(e.g., 인물, 코딩 문법, 긍정/부정 감정)에 집중하고 있는지 해석 가능

<소수의 활성 요소 분석>

<여러 활성 요소 분석>

트랜스포머 활용

- 사전학습, 전이학습
  - 사전학습(pre-training) 단계
    - 방대한 텍스트로부터 언어의 일반적 구조 규칙을 학습
  - 전이학습(transfer learning) 단계
    - 사전 학습된 능력을 원래 목적과 다른 새 작업에 활용
    - 파인튜닝(fine tuning)
      - 사전 학습된 모델이 익힌 일반 지식을 특정 작업에 맞게 조정
      - 모델의 상단에 새 파라미터 집합(한 두개의 레이어)을 추가하고, 해당 파라미터만 경사하강법으로 학습
        - 모델의 내부 구조를 훼손하지 않음

트랜스포머 활용

- 파인튜닝 과정

1. 마지막 레이어 제거
   - 원래 작업에 특화된 최종 레이어를 잘라냄

2. 새 레이어 추가
   - 새 레이어를 상단에 추가

3. 학습 데이터 통과
   - 새 학습 데이터가 모델 전체를 순전파로 통과

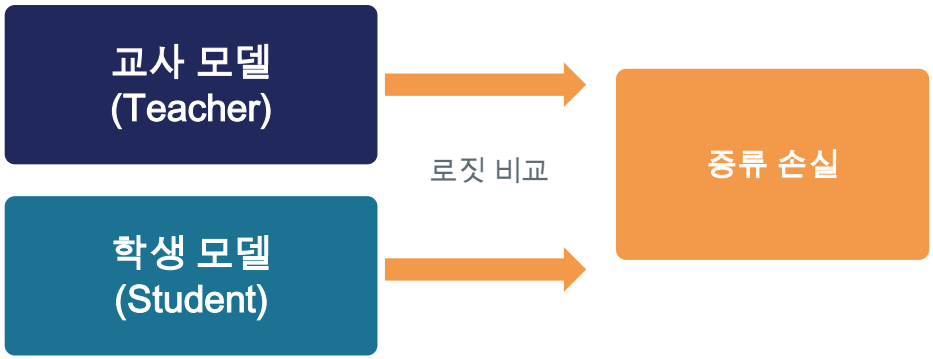
4. 새 레이어만 업데이트
   - 역전파를 통해 새로 추가한 레이어의 가중치만 학습

트랜스포머 활용

- 지식 증류(Knowledge Distillation) (1/2)
  - 대규모 모델의 지식을 흡수하여 특정 작업에 활용하는 기법
  - 주요 개념
    - 교사 모델(Teacher Model)
      - 지식을 전달하는 모델
    - 학생 모델(Student Model)
      - 교사 모델의 로짓을 모방하도록 학습한 경량 모델

트랜스포머 활용

- 지식 증류(Knowledge Distillation) (2/2)
  - 과정
    1. 전이 학습 데이터 전처리
       - 각 모델에 적합한 토크나이저를 활용해 전처리
    2. 모델 파인튜닝
       - 모델을 특정 작업에 맞게 파인튜닝해 교사 모델을 생성
    3. 학생 모델 생성
       - 교사 모델보다 경량화된 사전학습 모델을 학생 모델로 학습
         - 증류 손실(KL Divergence) 함수를 이용해 교사 모델과 학생 모델의 출력 확률 분포를 비교해 차이를 계산하고 역전파하여 학습



트랜스포머 활용

- 파인튜닝 vs 지식 증류

구분	파인튜닝	지식 증류
적합한 상황	학습 데이터가 적어 처음부터 학습하기 어려운 경우	계산 자원이 제한된 상황에서 경량 모델이 필요한 경우
핵심 아이디어	사전 학습된 모델에 새 레이어만 학습	교사 모델의 로짓을 학생 모델이 모방

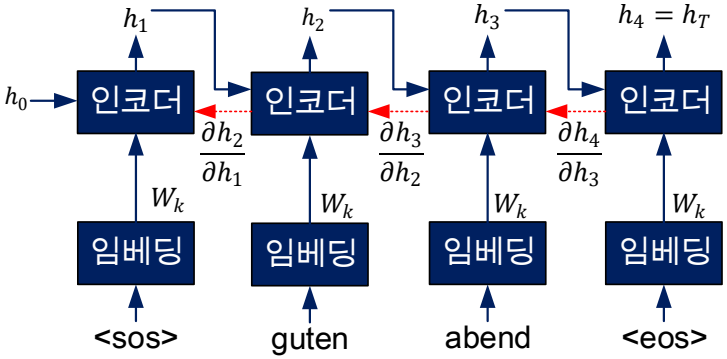
Thanks!

이 하 늘(haneul@pel.sejong.ac.kr)

부록#1

1) L: 손실
2) T: 문장에서 토큰(단어) 개수
3) h_i: i시점까지 입력된 문장에 대한 정보를 담은 벡터 표현, 인코더의 은닉 상태
4) $\frac{\partial L}{\partial W_k}$: 기울기, k번째 가중치가 변할수록 손실에 영향을 미치는 정도
5) W_k: k번째 파라미터
6) η: 학습률, 기울기를 가중치 업데이트에 반영하는 정도

- 기울기 소실
  - 역전파 과정에서 여러 개의 미분 값을 곱하는 과정에서 계속 곱해지며 값이 작아짐
    - e.g., 각각의 미분 값이 0.5라고 했을 때, 10번 곱하면 거의 0에 가까워짐($0.5^{10} \approx 0.00098$)
  - $\frac{\partial L}{\partial W_k} \approx 0, W_{k+1} \approx W_k$

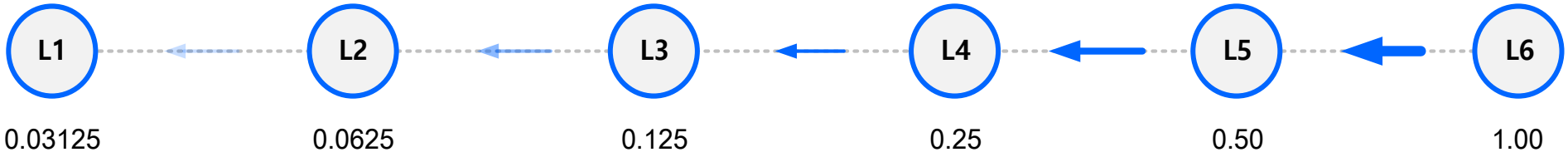


RNN에서 역전파를 이용해 가중치 업데이트 과정

① 은닉 상태 h_i의 기울기 계산 $\frac{\partial L}{\partial h_i} = \frac{\partial L}{\partial h_T} \cdots \frac{\partial h_{i+3}}{\partial h_{i+2}} \frac{\partial h_{i+2}}{\partial h_{i+1}} \frac{\partial h_{i+1}}{\partial h_i}$

② 가중치 업데이트를 위한 기울기 계산 $\frac{\partial L}{\partial W_k} = \sum_{i=1}^{T} \frac{\partial L}{\partial h_i} \frac{\partial h_i}{\partial W_k}$

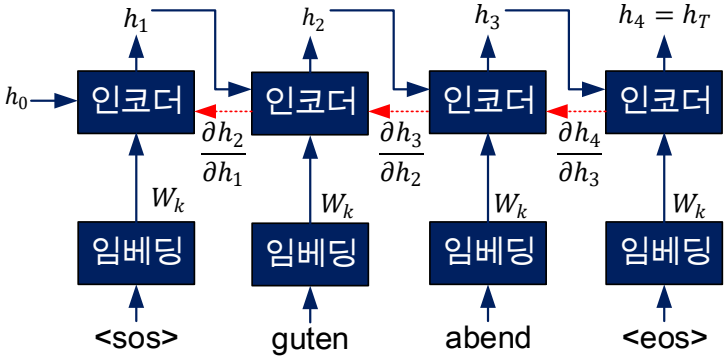
③ 가중치 업데이트 $W_{k+1} = W_k - \eta \frac{\partial L}{\partial W_k}$



부록#1

1) L: 손실
2) T: 문장에서 토큰(단어) 개수
3) h_i: i시점까지 입력된 문장에 대한 정보를 담은 벡터 표현, 인코더의 은닉 상태
4) $\frac{\partial L}{\partial W_k}$: 기울기, k번째 가중치가 변할수록 손실에 영향을 미치는 정도
5) W_k: k번째 파라미터
6) η: 학습률, 기울기를 가중치 업데이트에 반영하는 정도

- 기울기 폭발
  - 여러 개의 미분 값을 곱하는 과정에서 기울기 값이 커져 가중치 업데이트 폭이 커지고 학습이 불안정해짐
    - e.g., 각각의 미분 값이 1.5라고 했을 때, 10번 곱하면 기울기가 지나치게 커짐 ($1.5^{10} \approx 57.7$)



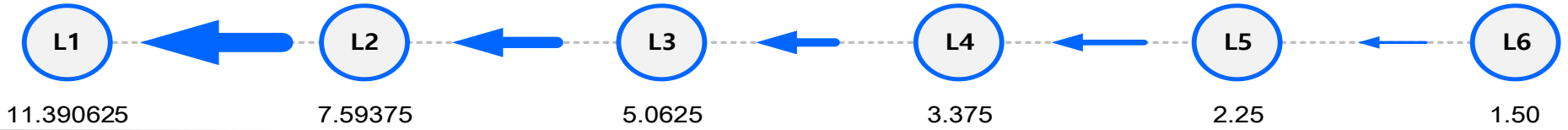
RNN에서 역전파를 이용해 가중치 업데이트 과정

① 은닉 상태 h_i의 기울기 계산 $\frac{\partial L}{\partial h_i} = \frac{\partial L}{\partial h_T} \cdots \frac{\partial h_{i+3}}{\partial h_{i+2}} \frac{\partial h_{i+2}}{\partial h_{i+1}} \frac{\partial h_{i+1}}{\partial h_i}$

② 가중치 업데이트를 위한 기울기 계산 $\frac{\partial L}{\partial W_k} = \sum_{i=1}^{T} \frac{\partial L}{\partial h_i} \frac{\partial h_i}{\partial W_k}$

③ 가중치 업데이트 $W_{k+1} = W_k - \eta \frac{\partial L}{\partial W_k}$

- $W_k = 2, \eta = 0.1, \frac{\partial L}{\partial W_k} = 100$이라면, $W_{k+1} = -8$
- $\frac{\partial L}{\partial W_{k+1}} = -500$이라면, $W_{k+2} = 42$
- $2 \rightarrow -8 \rightarrow 42$처럼 업데이트된 가중치의 폭이 커져 학습이 불안정해질 수 있음



부록#2

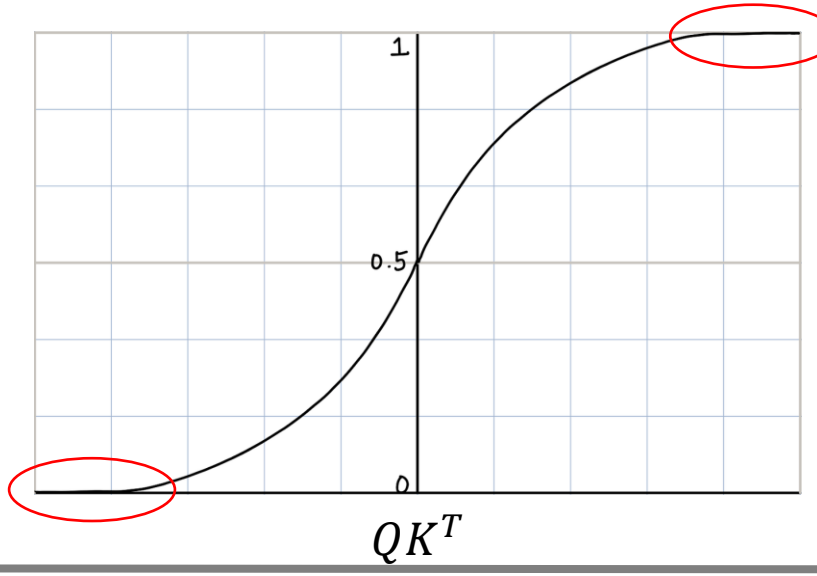
- 스케일링을 하는 이유
  - 역전파 시에, W^Q, W^K, W^V를 업데이트 하기 위해, 셀프 어텐션을 통해 나온 $softmax()$의 기울기 값을 활용함
  - QK^T의 값이 크면 클 수록 $softmax()$의 기울기가 0이 되기 때문 (즉, 기울기 소실이 발생함)

$$softmax(\frac{QK^T}{\sqrt{d_k}})$$

왜 $\sqrt{d_k}$로 나눌까?

$$(Q \cdot K^T)_{i,j} = \sum_{l=1}^{d_k} q_{i,l}k_{j,l} = \underbrace{q_{i,1}k_{j,1} + q_{i,2}k_{j,2} + \cdots + q_{i,d_k}k_{j,d_k}}_{d_k\text{번 덧셈}}$$

- 서로 독립인 원소 곱들의 분산이 1이라고 가정하면, d_k개의 값을 더할 때 분산이 d_k임
- 따라서, 표준편차에 해당하는 $\sqrt{d_k}$로 나눔



부록#3

- 50 x 128 크기 위치 인코딩 시각화 (1/2)

```
1.  import tensorflow as tf
2.  import numpy as np
3.  import matplotlib.pyplot as plt


4.  class PositionalEncoding(tf.keras.layers.Layer):

5.      def __init__(self, position, d_model):
6.          super(PositionalEncoding,
    self).__init__()
7.          self.pos_encoding =
    self.positional_encoding(position, d_model)

8.      def get_angles(self, position, i, d_model):
9.          angles = 1 / tf.pow(
10.             10000,
11.             (2 * (i // 2)) / tf.cast(d_model,
    tf.float32)
12.         )
13.         return position * angles

14.     def positional_encoding(self, position,
    d_model):

15.         angle_rads = self.get_angles(
16.             position=tf.range(position,
    dtype=tf.float32)[:, tf.newaxis],
17.  i=tf.range(d_model, dtype=tf.float32)[tf.newaxis, :],
18.             d_model=d_model
19.         )

20. sines = tf.math.sin(angle_rads[:, 0::2])

21. cosines = tf.math.cos(angle_rads[:, 1::2])

22.         angle_rads = np.zeros(angle_rads.shape)

23.         angle_rads[:, 0::2] = sines
24.         angle_rads[:, 1::2] = cosines

25.         pos_encoding = tf.constant(angle_rads)
26.         pos_encoding = pos_encoding[tf.newaxis, ...]

27.         print(pos_encoding.shape)

28.         return tf.cast(pos_encoding, tf.float32)

29.     def call(self, inputs):
30.         return inputs +
    self.pos_encoding[:, :tf.shape(inputs)[1], :]
```

부록#3

- 50 x 128 크기 위치 인코딩 시각화 (2/2)

```
31. sample_pos_encoding = PositionalEncoding(50, 128)

32. plt.pcolormesh(
33.     sample_pos_encoding.pos_encoding.numpy()[0],
34.     cmap='RdBu'
35. )

36. plt.xlabel('Depth')
37. plt.xlim((0, 128))
38. plt.ylabel('Position')
39. plt.colorbar()
40. plt.show()
```

부록#4

- GPT-2에서 “To be or not to”를 입력했을 때의 토큰 예측 히트맵 (1/2)

```
1.  import torch
2.  import pandas as pd
3.  import matplotlib.pyplot as plt
4.  import seaborn as sns

5.  from transformers import GPT2Tokenizer,
    GPT2LMHeadModel

6.  model_name = "gpt2“# 모델 불러오기

7.  tokenizer =
    GPT2Tokenizer.from_pretrained(model_name)
8.  model = GPT2LMHeadModel.from_pretrained(
9.      model_name,
10.     output_hidden_states=True
11. )

12. model.eval()

13. text = "To be or not to“# 입력 문장

14. inputs = tokenizer(text, return_tensors="pt")

15. with torch.no_grad(): # Forward
16.     outputs = model(**inputs)

17. hidden_states = outputs.hidden_states
```

```
18. final_hidden = hidden_states[-1]
    # 마지막 레이어에서 Top5 후보 선택

19. final_logits =
    model.lm_head(final_hidden)

20. final_probs = torch.softmax(
21.     final_logits[:, -1, :],
22.     dim=-1
23. )

24. topk = torch.topk(final_probs, k=5)

25. candidate_ids = topk.indices[0].tolist()

26. candidate_tokens = [
27.     tokenizer.decode([i]).strip()
28.     for i in candidate_ids
29. ]

30. print("Top5 Tokens")
31. print(candidate_tokens)
```

부록#4

- GPT-2에서 “To be or not to”를 입력했을 때의 토큰 예측 히트맵 (2/2)

```
rank_matrix = [] # 각 레이어마다 Rank 계산

for hidden in hidden_states:

    logits = model.lm_head(hidden)

    probs = torch.softmax(
        logits[:, -1, :],
        dim=-1
    )

    sorted_ids = torch.argsort(
        probs,
        descending=True)[0]

    ranks = []

    for token_id in candidate_ids:

        rank = (
            (sorted_ids == token_id)
            .nonzero(as_tuple=True)[0]
            .item()
        )
        ranks.append(rank)
    rank_matrix.append(ranks)
```

```
df = pd.DataFrame(
    rank_matrix,
    columns=candidate_tokens
) # DataFrame

df.index = [
    f"Layer {i}"
    for i in range(len(df))
]

print(df)

plt.figure(figsize=(8,6)) # Heatmap

sns.heatmap(
    df,
    annot=True,
    cmap="Blues_r",
    linewidths=0.5,
    cbar_kws={"label":"Rank"}
)
plt.title("Token Rank Heatmap per Layer")
plt.xlabel("Tokens")
plt.ylabel("Layers")
plt.tight_layout()
plt.show()
```