

# 네트워크 보안 에센셜

## - 3장 공개키 암호와 디지털 서명 -

명 세 인 ([sein@pel.smuc.ac.kr](mailto:sein@pel.smuc.ac.kr))

상명대학교 프로토콜공학연구실

# 목 차

---

- 공개키 암호 원리
- 공개키 암호 알고리즘
- 디지털 서명

# 공개키 암호 원리

---

- 공개키 암호 (Public-key Encryption)
  - 1976년 Diffie와 Hellman에 의해 개발
  - 수학적 함수에 근거
  - 두 개의 키를 사용하는 비대칭 방식
  - 기밀성, 키 분배, 인증분야에서 성능이 뛰어남
- RSA 알고리즘, Diffie-Hellman 알고리즘 등이 있음

# 공개키 암호 원리

- 공개키 암호 (Public-key Encryption)

- 공개 키와 비밀 키 비교 표

암호	비밀 키	공개키
키 사용	대칭 키	비대칭
암호 방식	대체, 치환	수학 함수 응용
장점	계산이 빠름 알고리즘이 다양	암호 키 사전 공유 불필요 통신 대상 추가
단점	키 분배, 관리	계산 이 느림
사용자(N)와 키의 개수	$\frac{N \times (N - 1)}{2}$	$2 \times N$

# 공개키 암호 원리

---

- 공개키 암호 구조

- 평문

- 암호화 되지 않은 데이터

- 암호 알고리즘

- 평문을 변환하는 알고리즘

- 공개 키와 개인 키

- 한 쌍으로 이뤄짐, 하나는 암호화, 다른 하나는 복호화에 사용

- 암호문

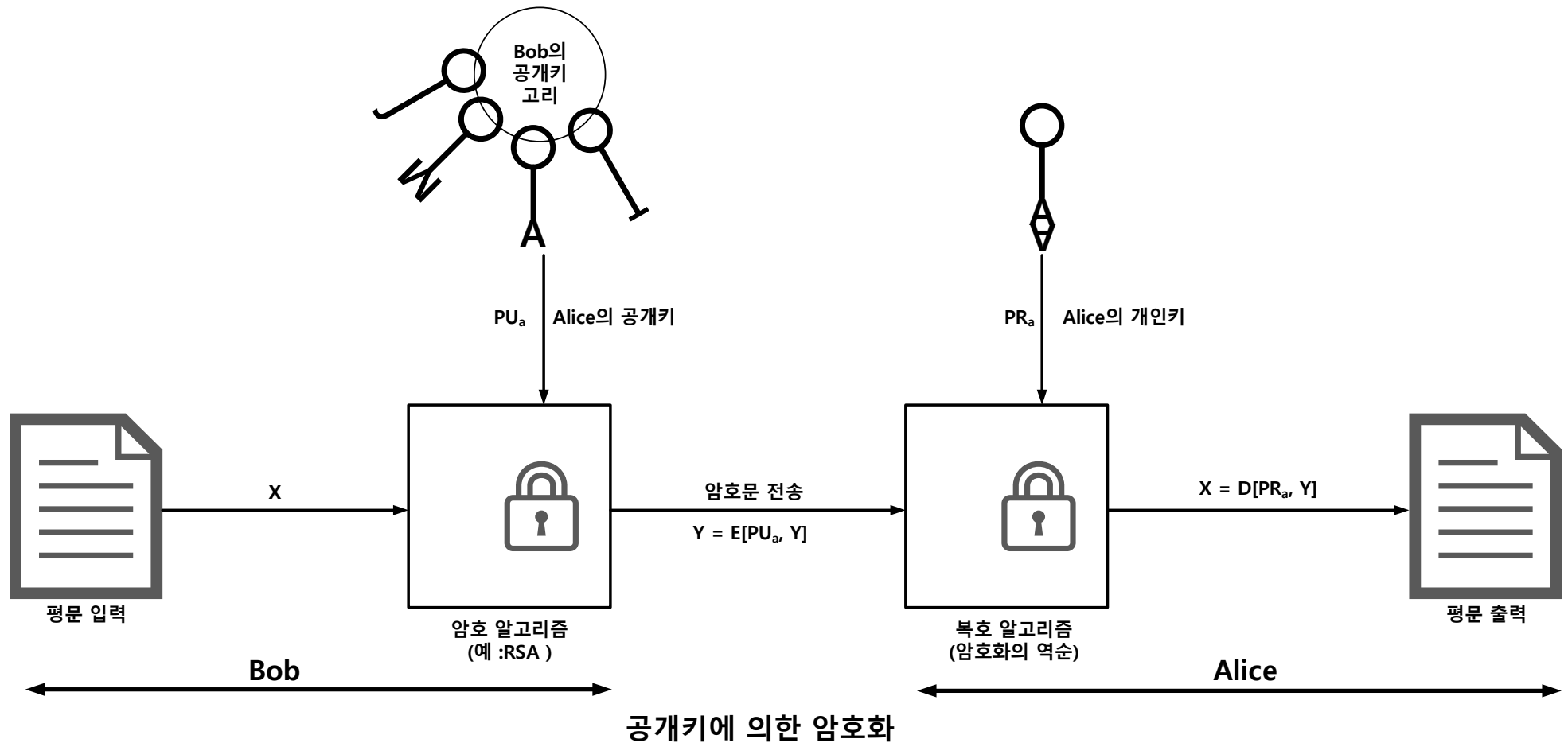
- 암호 알고리즘의 출력으로 나오는 암호화된 메시지

- 복호 알고리즘

- 암호화시 사용한 키에 대응하는 키를 사용하여 평문으로 변환

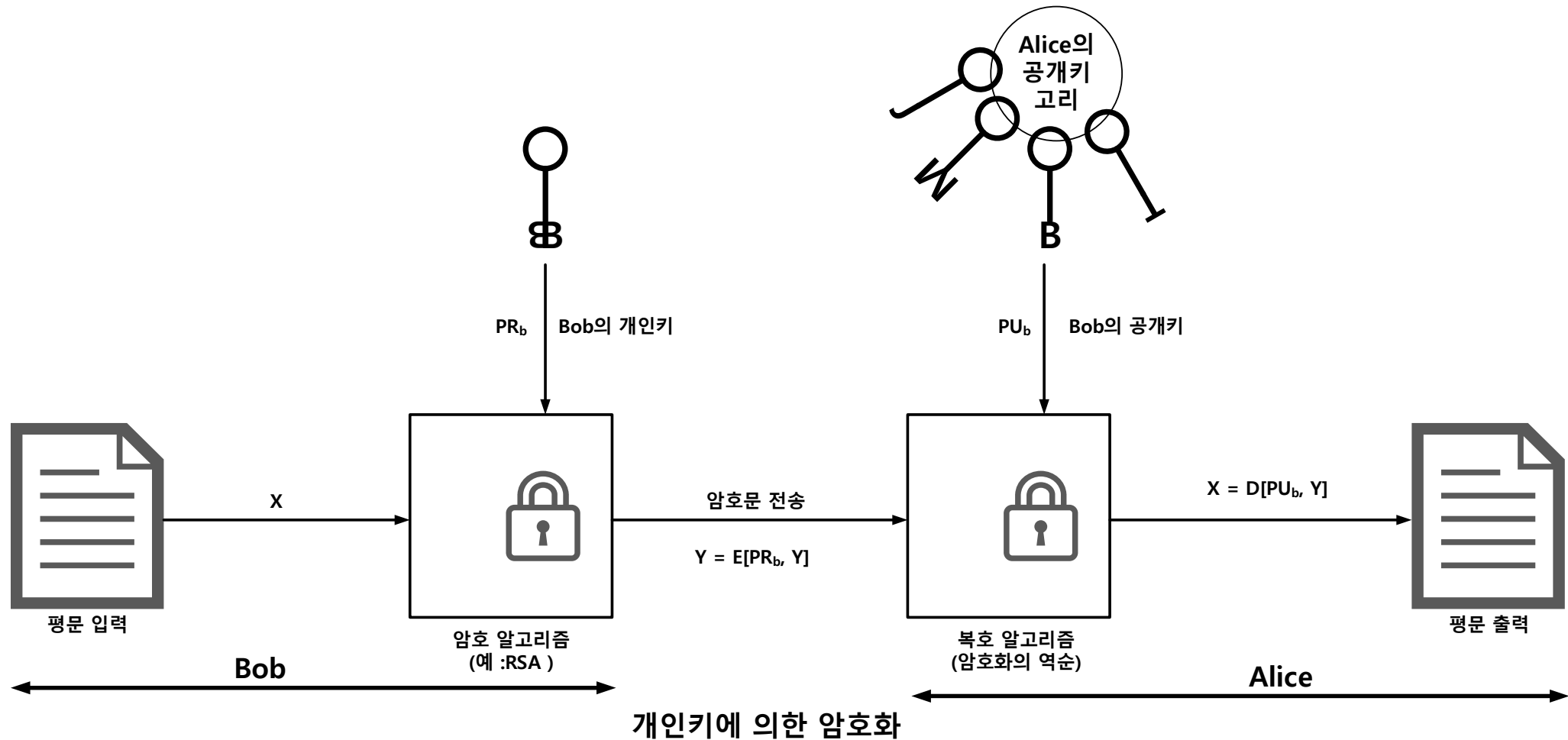
# 공개키 암호 원리

## • 공개키 암호 구조



# 공개키 암호 원리

- 공개키 암호 구조



# 공개키 암호 원리

## • 공개키 암호 요건

1. Bob이 한 쌍의 키 생성(공개키: $PU_b$ , 개인키: $PR_b$ )이 쉬워야 함 (수학 공식에 기반하여)
2. 암호문을 쉽게 만들 수 있어야 함
  - $C = E(PU_b, M)$
3. 복호화가 쉬워야 함
  - $M = D(PR_b, C) = D[PR_b, E(PU_b, M)]$
4. 키 쌍중 하나만 알더라도 경우 다른 하나를 예측할 수 없어야 함
5. 공개키로 암호화 된 암호문 과 공개 키를 알고 있어도 해독이 어려움
6. 키 쌍이 암호화 복호화 가 바뀔 수 있음
  - $M = D[PU_b, E(PR_b, M)] = D[PR_b, E(PU_b, M)]$
7. 평문은 키 값보다 짧아야 함



# 공개키 암호 원리

- 공개키 암호 응용

- 암호화 복호화 (Encryption/Decryption)

- 송신자는 수신자의 공개 키를 이용하여 메시지 암호화

- 디지털 서명 (Digital Signature)

- 송신자는 자신의 개인키로 서명을 함 (전체 메시지에 적용하거나 메시지를 대신하는 작은 데이터 블록 이용)

- 키 교환 (Key Exchange)

- 양측은 세션 키를 교환하기 위해 협조, 여러 방법이 있음

- 공개키 알고리즘 비교 표

알고리즘	암호/ 복호	디지털 서명	키 교환
RSA	Y	Y	Y
Diffie-Hellman	N	N	Y
DSS	N	Y	N
ECC	Y	Y	Y

# 공개키 암호 알고리즘

---

- RSA 공개키 암호 알고리즘

- 1977년 MIT의 Ron Rivest, Adi Shamir, Len Adleman 이 만들어 1978년 최초로 출판
- 공개키로 암호화 하며, 개인키로 복호화
- 키값, 평문, 암호문을 모두 숫자로 취급하는 연산

# 공개키 암호 알고리즘

## • RSA 공개키 암호 알고리즘

### • RSA 알고리즘의 용어

- M, C: 평문과 암호문
- p, q: 키를 만들기 위해 생성된 소수 값
- n: 키의 인자가 될 값 ( $p \cdot q$ )  
사용되는 모든 값은 n보다 작아야 함
- e: n과 공개키 인자로 유도된 값 ( $PU\{e, n\}$ )
- d: n과 개인키 인자로 유도된 값 ( $PR\{d, n\}$ )

### • RSA 알고리즘의 조건

- n보다 작은 모든 정수 M 에 대해서  $M = M^{ed} \bmod n$ 을 만족하는 값 e, d, n을 구할 수 있어야 함
- n보다 작은 모든 정수 M 에 대해서  $M^e$ 와  $C^d$ 를 구하는 것이 비교적 쉬워야 함
- e와 n이 주어지더라도 d를 구하는 것이 불가능 해야 함 (기밀성)  
(e와 n이 충분히 크면 충족)

# 공개키 암호 알고리즘

---

- RSA 공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘의 동작

- 키 생성

1. 서로 다른 소수  $p, q$  선택
2.  $n = p \times q$  계산
3.  $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$ 을 계산 (소수에 대해 곱의 결합법칙 가능)
  - $\varphi(n)$ : 주어진 자연수  $n$  보다 작은 자연수 중  $n$ 과 서로소인 수의 개수를 구하는 오일러 (Euler) 함수,  $n$ 이 소수 일 경우  $\varphi(n) = n - 1$
4.  $\varphi(n)$  보다작은 서로소  $e$  값 계산,  $PU = \{e, n\}$
5.  $de \bmod \varphi(n) = 1$  를 만족하는  $d$ 를 계산  $PR = \{d, n\}$
6. 공개키  $PU = \{e, n\}$ , 개인키  $PR = \{d, n\}$

# 공개키 암호 알고리즘

---

- RSA 공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘의 동작

- 위 조건을 만족하면

- $C = M^e \bmod n$

- $M = M^{ed} \bmod n$  이 성립

- 암호화, 복호화

- 1. 암호화:  $PU\{e, n\}$ 에 대하여 암호문  $C$ 는  $M^e \bmod n$

- 2. 복호화:  $PR\{d, n\}$ 에 대하여 평문  $M$ 은  $C^d \bmod n$

- 모든 송신자는 수신자의 공개키로 암호화 하여 전송하면 수신자의 개인키로 복호화 하여 평문을 얻을 수 있음 (기밀성)

# 공개키 암호 알고리즘

---

- RSA 공개키 암호 알고리즘

- RSA 알고리즘의 보안

- 전수공격

- 공격자는 공개키, 암호문을 얻을 수 있고 가능한 모든 개인키를 시도할 수 있음
    - $n, e, d$ 의 크기가 충분히 크면 막을 수 있음
    - $n, e, d$ 의 크기가 너무 크면 알고리즘이 늦어짐

- 인수분해

- $n$ 이 두 개의 소인수의 곱
    - 두 소인수를 찾게 된다면 해독 가능

# 공개키 암호 알고리즘

---

- Diffie-Hellman 키 교환 (Key Exchange)
  - 두 사용자가 비밀 키를 안전하게 교환해서 메시지를 암호화
  - Diffie-Hellman 알고리즘의 보안은 이산 대수 문제(Discrete Logarithms Problem)를 풀기가 어려움에 근거를 둠

# 공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환 (Key Exchange)

- 알고리즘 용어

- 원시근 (Primitive Root)

소수  $p$ 의 원시근: 자기 자신의 거듭제곱을 이용하여 1부터  $p-1$ 까지의 정수를 모두 생성해 낼 수 있는 어떤 수( $a$ )

$a \bmod p, a^2 \bmod p, \dots, a^{p-1} \bmod p$  인 수

집합적으로 1부터  $p-1$ 까지의 수와 같음 (치환 됨)

- 이산 대수 (Discrete Logarithm)

$P$  보다 작은 임의의 정수  $b$ 와  $p$ 의 원시근  $a$  에 대하여

$$b = a^i \bmod p, \quad 0 \leq i \leq p-1$$

지수(Exponent)  $i$ 를 밑수  $a$ 를 갖는  $b$ 의 이산대수 혹은 지수(Index)라고 함

- 표기:  $dlog_{a,p}(b)$



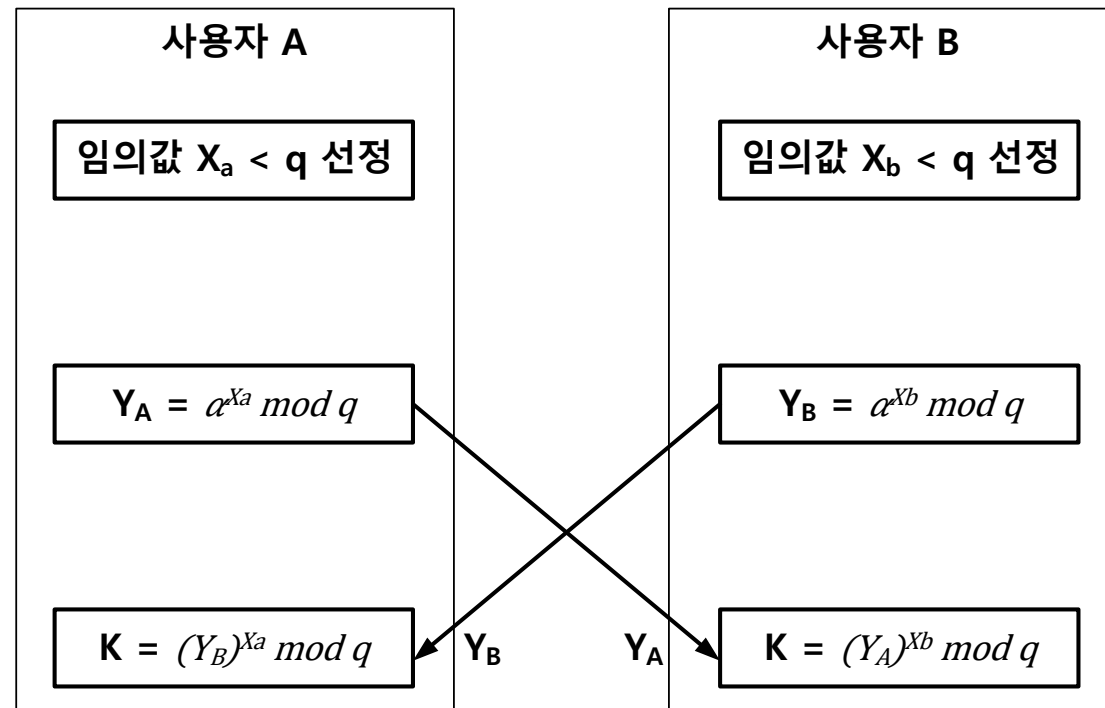
# 공개키 암호 알고리즘

## • Diffie-Hellman 키 교환 (Key Exchange)

### • 알고리즘 동작

- 소수  $q$ 와  $q$ 에 대한 원시근 정수  $\alpha$ 가 공개됨

$$\begin{aligned} K &= Y_B^{X_A} \bmod q \\ &= (\alpha^{X_B} \bmod q)^{X_A} \bmod q \\ &= (\alpha^{X_B})^{X_A} \bmod q \\ &= \alpha^{X_B X_A} \bmod q \\ &= (\alpha^{X_A})^{X_B} \bmod q \\ &= (\alpha^{X_A} \bmod q)^{X_B} \bmod q \\ &= Y_A^{X_B} \bmod q \end{aligned}$$



Diffie-Hellman키 교환 프로토콜

노출되는 값 :  $\alpha, q, Y_A, Y_B$

# 공개키 암호 알고리즘

---

- Diffie-Hellman 키 교환 (Key Exchange)

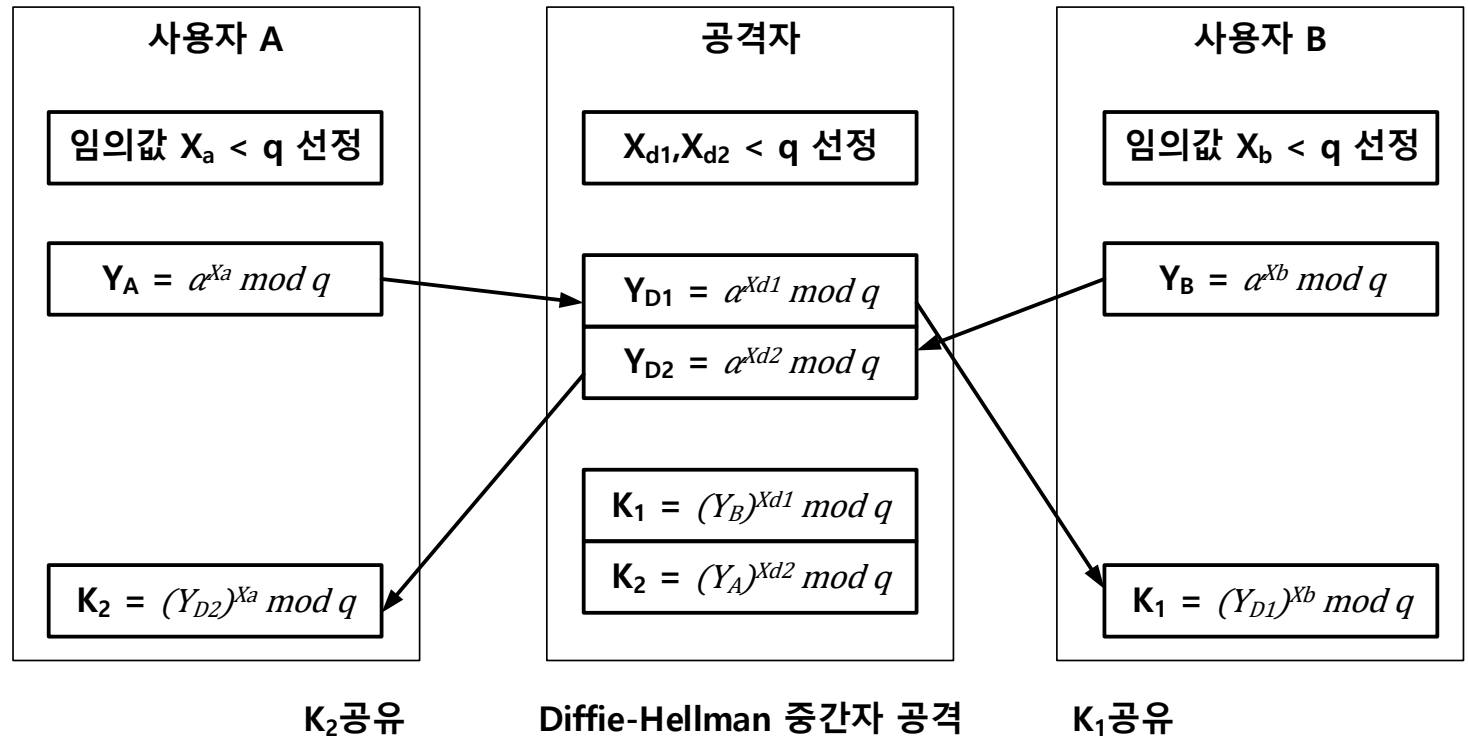
- 알고리즘 공격

- 공유하는 값을 저장할 중앙 디렉터리를 신뢰할 수 있다면 기밀성, 인증을 보장
  - 오직 A와 B만이 비밀 키를 계산할 수 있고 다른 사람은 메시지를 읽을 수 없음
  - 한 수신자는 오직 대응되는 송신자만 메시지암호화가 가능함을 알고 있음
- 재전송 공격, 중간자 공격에 취약
  - 디지털서명 기법
  - 공개키 인증서 기법

# 공개키 암호 알고리즘

- Diffie-Hellman 키 교환 (Key Exchange)

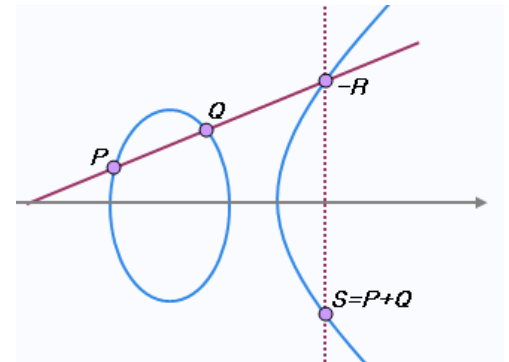
- 중간자 공격



- A와 Darth, B와 Darth가 통신이 연결 됨,
- A와 B는 사이에 Darth의 존재를 모르고 통신
- 무결성, 기밀성이 보장되지 않음

# 공개키 암호 알고리즘

- 타원 곡선 암호 (ECC: Elliptic Curve Cryptography)
  - RSA의 안전을 보장 하기위해 키의 길이가 매우 커지고, 이로 인해 RSA에 기초한 응용들의 연산이 많아짐
- RSA보다 짧은 키 길이로 RSA와 비슷한 보안성이 목표
  - 현재 오버헤드가 적어 무선환경에서 사용중
- 타원곡선을 설명하는 수학에 근거하여 만들어짐
  - 계산이 가능하지만 실제 계산이 오래 걸리는 이산대수 (Intractability)
  - $y^2 = x^3 + ax + b$



# 공개키 암호 알고리즘

---

- 디지털 서명 표준 (DSS: Digital Signature Standard)
  - NIST의 FIPS PUB186에 DSS표준을 발표
  - DSS는 SHA-1을 사용한 새로운 디지털 서명기법인 DSA(Digital Signature Algorithm)소개
  - DSS는 오직 디지털 서명 기능만 제공하도록 설계됨 (인증)
    - 암호, 키 교환 불가능 (Hashed)

# 디지털 서명

---

- 디지털 서명 (Digital Signature)
  - 수신자가 받은 메시지가 송신자로부터 온 것을 확신 하기 위한 인증의 기법
  - 기본적으로 암호화에서 암호문 복호화시 디지털 서명 역할을 함
  - 디지털 서명만 제공하는 기법으로 인증자(Authenticator)블록을 만듦
    - 인증자: 인증자를 변경하지 않으면서 문서를 변경 하는것이 불가능 해야함, 개인키를 이용하여 암호화 되었다면 출처, 내용, 순서까지 확인해주는 서명이 될 수 있음 (SHA-1, RSA)
  - 기밀성 보장이 없음

---

감사합니다 !